Niveau(x) d'enseignement: 7 Numéro EDUQ : 8670015
Centre d'intérêt: 841

Thibault-Giard, Jacqueline.

L'apprentissage du calcul différentiel et intégral par la programmation en LOGO / Jacqueline Thibault-Giard, Marie-Jane Haguel ; [pour le] Collège de Sherbrooke, [Département de mathématiques]. -- Sherbrooke : Le Collège, 1985.
228 p. : graph. ; 28 cm.

Code: 6746-0126. Bibliogr.: p. 226-228.

ISBN 2-550-12402-2

Vedette(s)-secondaire(s): Haguel, Marie-Jane * Collège de Sherbrooke. Département de mathématiques

---

Descripteur(s): Mathématiques * Enseignement assisté par ordinateur * Expérimentation pédagogique * Collégial (Ordre d'enseignement)

Identificateur(s) de sujet: LOGO (Langage de programmation)

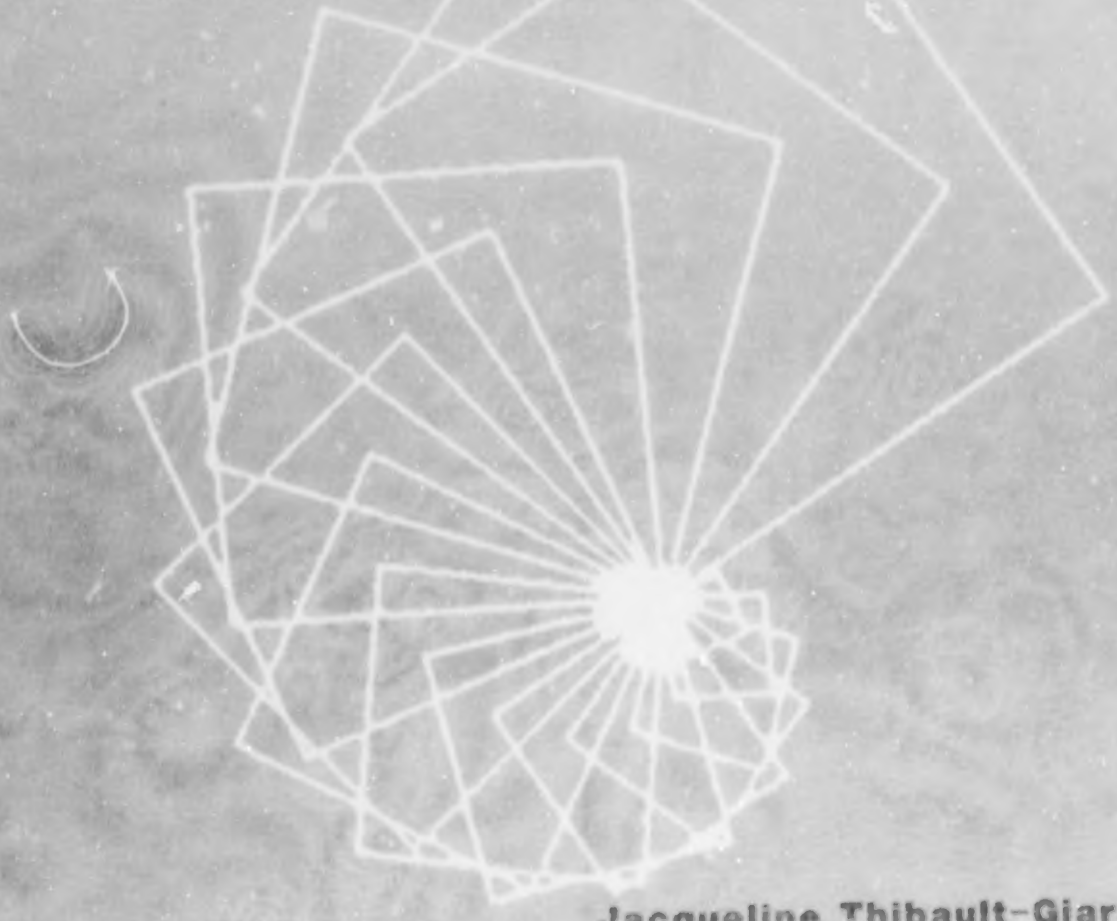
Le projet a comme objectif premier de déterminer comment on peut intégrer la programmation en LOGO à l'enseignement du calcul différentiel et intégral. Le second est de recueillir des informations sur l'apprentissage, les méthodes de travail et les attitudes des étudiants soumis à une telle approche. Le dernier est de préciser les conditions d'opérationnalisation de cette démarche. Le calcul différentiel se prête particulièrement bien à un enseignement et à un apprentissage basés sur la programmation en LOGO, selon les résultats de l'expérimentation.

Type de document: r
Financement: Bénéficiaire - Collège de Sherbrooke
Organisme(s) source(s) - MEQ-DGEC
Programme(s) de subvention - PROSIP

EDUQ 8670015

L'APPRENTISSAGE DU CALCUL DIFFÉRENTIEL & INTÉGRAL

PAR LA PROGRAMMATION EN LOGO



Jacqueline Thibault-Giard
Marie-Jane Haguel
Département
de mathématiques
collège de sherbrooke

EDUQ 8670015

COLLÈGE DE SHERBROOKE

L'APPRENTISSAGE DU CALCUL DIFFÉRENTIEL ET INTÉGRAL PAR LA PROGRAMMATION EN LOGO

JACQUELINE THIBAULT-GIARD
MARIE-JANE HAGUEL

OCTOBRE 1985

Avertissement

On remarquera que, dans ce texte, les termes désignant des personnes sont employés dans leur sens générique recouvrant les genres féminin et masculin.

Répondant local du projet: Guy DENIS

Dactylographie: Laurette ROULEAU

Conception graphique de la page couverture: Centre des Médias

Code de distribution: 6746-0126

No ISBN: 2-550-12402-2

Avant-propos

Ce rapport présente les résultats d'une recherche réalisée au Département de Mathématiques du Collège de Sherbrooke au cours de l'année 1984-85, en collaboration avec le Service d'expérimentation.

Cette recherche faisait suite à un projet visant à intégrer la programmation en Logo sur micro-ordinateur, à l'enseignement et à l'apprentissage des mathématiques de niveau collégial, plus précisément du calcul. On trouvera dans le présent rapport le matériel didactique élaboré à cet effet en première partie de la recherche, ainsi que les résultats obtenus lors de l'expérimentation de cette approche en situation de classe. Afin de conserver à ce document des proportions raisonnables, il a été nécessaire de s'abstenir d'entrer dans les détails de la programmation requise dans les différentes activités d'apprentissage. Nous demeurons toutefois à la disposition de ceux et celles qui nous adresseraient des demandes à ce sujet. Pour les mêmes raisons, nous n'avons pas cru nécessaire d'inclure en annexe les instruments de mesure ayant déjà été objets de publication.

Ce projet de recherche est le fruit de la collaboration d'un si grand nombre de personnes qu'il semble impossible de les mentionner ici sans risquer des oublis qui nous affligeraient. C'est pourquoi nous voulons remercier globalement tous ceux et celles qui, de près ou de loin, à notre demande ou de leur propre initiative, ont mis leur compétence au service de cette recherche. De façon particulière, nous remercions MM. Michel Aubé de la Faculté d'Education et Jacques Haguel de la Faculté des Sciences de l'Université de Sherbrooke, dont la consultation s'est avérée précieuse à plus d'un égard.

Parmi les autorités du Collège de Sherbrooke, nous tenons à remercier MM. Alexandre Migneault, Jean Morin, Gilles Bellehumeur, René Aubry, Jocelyn Vallée, ainsi que le Directeur général M. Paul Gervais, qui, en diverses occasions ont posé des gestes facilitant la réalisation de ce projet.

Du Service d'Expérimentation, nous remercions M. Guy Denis et Mme Laurette Rouleau, dont nous avons pu apprécier à maintes reprises la disponibilité et l'expérience.

Nous tenons également à remercier nos collègues du Département de Mathématiques pour l'intérêt et le soutien apportés tout au long du projet, ainsi que ceux du Département d'Électrotechnique qui ont permis l'accès au laboratoire de micro-informatique, sans quoi l'expérimentation n'aurait pu avoir lieu.

Cette recherche a été réalisée dans le cadre du Programme de subventions à l'innovation pédagogique de la D.G.E.C. Nous en remercions le Directeur, M. Gilles St-Pierre.

Enfin, il nous fait plaisir de souligner la collaboration remarquable apportée par les étudiantes et les étudiants du groupe contrôle 4108, et surtout ceux du groupe expérimental 4110. Par leur participation active et enthousiaste, ils ont été les principaux artisans de cette entreprise visant à définir une approche plus active et plus actuelle de l'enseignement et de l'apprentissage des mathématiques.

En terminant, nous invitons tous les lecteurs intéressés par la contribution que la programmation est susceptible d'apporter à l'enseignement et à l'apprentissage des mathématiques, à nous communiquer leurs réflexions, questions, commentaires ou critiques au sujet de ces travaux.

Jacqueline T.-Giard
Marie-Jane Haguel

TABLE DES MATIÈRES

INTRODUCTION 1

CHAPITRE 1: PROBLÉMATIQUE DE L'ENSEIGNEMENT ET DE L'APPRENTISSAGE DES MATHÉMATIQUES AU NIVEAU COLLÉGIAL. 7

1.1 Buts de l'éducation mathématique au niveau collégial 8
1.1.1 L'évaluation des besoins 8
1.1.2 Échantillon 10
1.1.3 Phase 1: collecte des buts à atteindre et des buts atteints. 11
1.1.4 Phase 2: classification des buts à atteindre 11
1.1.5 Phase 3: identification des besoins 12
1.1.6 Phase 4: établissement des priorités d'action 16

1.2 Éducation mathématique et technologie 18
1.2.1 Pourquoi l'ordinateur ? 19
1.2.2 Pourquoi la programmation ? 22
1.2.3 Pourquoi LOGO ? 28

1.3 Apprentissage du calcul par la programmation 33
1.3.1 Recherche antérieure 33
1.3.2 Projet de recherche 34

CHAPITRE 2: UNE DÉMARCHE D'ENSEIGNEMENT ET D'APPRENTISSAGE 37

2.1 Le cours de calcul 38
2.1.1 Objectifs à long terme 38
2.1.2 Objectifs terminaux 39
2.1.3 Objectifs d'apprentissage 42

2.2 Vers l'intégration de l'ordinateur 50
2.2.1 Définition des objectifs 50
2.2.2 Identification des ressources et des contraintes 54
2.2.3 Construction de la stratégie d'enseignement 56

2.3 Les activités d'apprentissage 60
2.3.1 Rappels et introduction à LOGO 62
2.3.2 La limite 68
2.3.3 Définition et calcul de la dérivée 72
2.3.4 Les applications de la dérivée 75
2.3.5 L'intégrale 77

2.4 Evaluation 81

CHAPITRE 3 : EXPERIMENTATION EN SITUATION DE CLASSE 85

3.1 Population cible et échantillon 87
3.2 Schéma expérimental 90
3.3 Équivalence des deux groupes 93
3.4 Évaluation des apprentissages 98
3.5 Observation des comportements 106
3.6 Mesure des attitudes à l'égard des mathématiques 110

CHAPITRE 4 : L'APPRENTISSAGE DU CALCUL PAR LA PROGRAMMATION, ET LE VÉCU COLLÉGIAL. 113

4.1 Incursion dans le domaine de l'apprentissage 114
4.2 Réactions des étudiants 121
4.3 Opérationnalisation de la démarche 124
4.3.1 Environnement matériel et technologique 124
4.3.2 Organisation pédagogique 125
4.3.3 Ressources pédagogiques et didactiques 126
4.3.4 Clientèle 128

CONCLUSION 131

APPENDICE A : SONDAGE 135

APPENDICE B : MATÉRIEL DIDACTIQUE 141

APPENDICE C : EXPÉRIMENTATION 205

RÉFÉRENCES 225

INTRODUCTION

Il y a environ vingt ans, la technologie faisait cadeau au monde de l'éducation d'un outil nouveau et potentiellement révolutionnaire, mais dépourvu de mode d'emploi. Depuis ce temps, dans la plupart des pays du monde, des éducateurs interrogent le si, le comment et le pourquoi de l'ordinateur, si bien qu'on dispose maintenant d'un choix de matériel pédagogique et didactique, d'une certaine expertise sur ce qui est à faire, et de quelques hypothèses sur le rôle que l'ordinateur est destiné à remplir dans l'éducation.

Même si les certitudes et l'unanimité en ce domaine paraissent encore éloignées, des consensus ont déjà commencé à se dégager sur certains points. Ainsi, tous s'entendent à reconnaître que l'ordinateur, désormais partie intégrante de notre milieu, est entré à l'école pour y rester; la liste des usages qu'on lui a déjà découverts s'allonge, et l'on a de plus en plus de raisons de croire que sa versatilité en aura bientôt fait un outil indispensable dans toutes les disciplines. Cependant, on est forcé de constater que l'intégration de l'ordinateur aux programmes d'études s'accomplit actuellement à coups d'essais et d'erreurs: le matériel ne répond pas toujours aux besoins des usagers, le logiciel laisse à désirer en quantité et surtout en qualité, et la nécessité de la coopération entre l'école et l'industrie se fait sentir de façon impérieuse. D'autre part, on se rend compte qu'il faut dès maintenant prendre des dispositions pour faciliter le perfectionnement des professeurs, et repenser les programmes de formation des futurs enseignants, afin de les habiliter à utiliser ce nouvel outil à bon escient. Dans un autre ordre d'idées, il est évident que les coûts, bien que décroissants, sont encore un obstacle majeur à l'achat d'équipement informatique, tant par les institutions que par les individus. Et enfin, on convient qu'il faudra ajouter à ces dépenses, celles de la recherche subventionnée et coûteuse, mais réclamée à tous les niveaux, en particulier dans le domaine de l'apprentissage où les théories ne sont encore que des balbutiements.

En ce qui regarde l'éducation mathématique, on constate que l'exploration des possibilités qu'offre l'ordinateur a déjà parcouru un bon bout de chemin. En effet, au cours de leur développement, les mathématiques ont souvent fait usage d'outils technologiques, même aussi simples que la règle et le compas, parce qu'en plus d'aider à résoudre les problèmes, de tels outils ont la propriété de suggérer à l'esprit des pistes de raisonnement.

Cependant, malgré cette compatibilité qui fait que les tentatives d'intégration de l'ordinateur aux cours de mathématiques ne manquent pas, on doit reconnaître que même aujourd'hui, on connaît mal les modes d'utilisation de l'ordinateur susceptibles de fournir un support efficace à l'enseignement et on ignore à peu près tout de la contribution que l'ordinateur peut apporter à l'apprentissage, parce que toutes les tentatives faites à ce jour, visaient plus à ménager à l'ordinateur une place à l'intérieur des programmes, à justifier en quelque sorte sa présence à l'école, qu'à atteindre à l'aide de l'ordinateur des objectifs d'éducation clairement définis.

Deux catégories de raisons justifient l'intérêt qu'on peut porter à l'ordinateur dans le contexte de l'éducation mathématique. D'une part, s'il faut en croire les enquêtes et les recherches menées au Québec et un peu partout dans le monde, l'enseignement des mathématiques, malgré les réformes dont il a souvent été l'objet, tant au point de vue du contenu que des objectifs et des méthodes, ne produit pas toujours les effets escomptés. À cause de sa compatibilité avec les mathématiques, il est possible que l'ordinateur, lorsqu'on aura réussi à préciser comment il faut s'en servir, devienne un outil d'apprentissage efficace de celles-ci. Bien plus, les similitudes existant entre les divers domaines de problèmes permettent d'espérer que les conduites développées suite à l'utilisation de l'ordinateur soient transférables à d'autres activités, et que l'ordinateur devienne ainsi un intermédiaire favorisant la réflexion et le développement intellectuel.

D'autre part, l'apparition de l'ordinateur a modifié considérablement les façons d'utiliser et d'appliquer les mathématiques. Ces modifications doivent avoir des répercussions sur les façons d'enseigner et d'apprendre les mathématiques. Certains sujets ont perdu de l'importance, de nouvelles priorités dans les techniques et habiletés de base ont surgi, et on ne peut continuer à former sur le modèle et avec les instruments du passé, les techniciens, les intellectuels et les scientifiques de l'avenir.

La constatation de cet état de fait, jointe aux visions de Papert sur ce que pourrait être l'apprentissage dans un environnement centré sur l'ordinateur, ont été à l'origine du présent projet de recherche.

Ce projet avait comme objectif premier de déterminer comment on peut intégrer la programmation en LOGO à l'enseignement du calcul différentiel et intégral. Le second objectif était de recueillir des informations sur l'apprentissage, les méthodes de travail et les attitudes des étudiants soumis à une telle approche. Le dernier objectif, complémentaire du premier, était de préciser les conditions d'opérationnalisation de cette démarche d'enseignement et d'apprentissage.

Comme on le constate, cette recherche était plus exploratoire qu'expérimentale. Sa réalisation nécessita une recherche didactique au cours de laquelle furent définis les objectifs, les activités d'apprentissage, la méthodologie et un mode d'évaluation de la démarche. Cette étape fut suivie d'une expérimentation en situation de classe qui permit de caractériser l'apprentissage résultant de cette démarche. L'intention de ce rapport est de présenter à la fois le modèle d'enseignement et les conclusions relatives à l'apprentissage, de façon à permettre aux éducateurs intéressés par cette approche, de proposer ces activités à leurs étudiants, de les modifier et d'en construire de nouvelles, dans un effort collectif pour mieux cerner le rôle de l'ordinateur dans l'éducation de niveau collégial.

Au Chapitre 1, on trouvera un exposé de la problématique de l'enseignement du calcul à l'aide de l'ordinateur, et une justification des choix préliminaires à la recherche. Le Chapitre 2 fera connaître l'essentiel de la démarche d'enseignement. Dans le Chapitre 3, on pourra lire les détails du plan adopté pour l'expérimentation en situation de classe et les résultats de l'évaluation des apprentissages et de l'observation des comportements et des attitudes. Le Chapitre 4 fera connaître la suite de l'analyse des données recueillies au cours de l'expérimentation, ainsi que les conditions nécessaires à l'implantation de cette démarche en milieu collégial. Le tout sera suivi des conclusions et des recommandations que cette recherche a permis de dégager.

Au Québec, l'intégration de la technologie nouvelle à l'éducation a été lancée par le MEQ, début 1983. À l'école primaire, on procède actuellement à diverses tentatives d'implantation de l'ordinateur dans les activités éducatives, et à ce niveau, on semble disposer d'un éventail de ressources assez large. À l'école secondaire le cours d'Initiation à la Science Informatique semble vouloir assurer chez les élèves qui choisiront de le suivre, une bonne introduction à la programmation. Des jeunes accèdent déjà, et accéderont bientôt au niveau collégial en nombres de plus en plus grands, avec une connaissance du BASIC, du LOGO ou du PASCAL. La micro-informatique ouvre aux étudiants l'accès à la programmation et, progressivement, les collèges s'équipent de laboratoires d'apprentissage. Pourquoi au niveau collégial ne tenterions-nous pas de mettre à profit ces nouveaux instruments en proposant à nos étudiants une démarche qui tienne compte de leurs nouvelles compétences ?

CHAPITRE 1

PROBLÉMATIQUE DE L'ENSEIGNEMENT ET DE L'APPRENTISSAGE DES MATHÉMATIQUES AU NIVEAU COLLÉGIAL

Depuis quelques années des pressions venant de divers milieux dont celui du travail, s'exercent sur le système d'éducation afin que celui-ci rende des comptes à la société. On lui demande en particulier de faire la preuve de la pertinence de ce qui est enseigné, et d'assumer la responsabilité des succès et des échecs qui couronnent ses entreprises. Dans cette perspective, et selon un rapport qui circulerait depuis environ un an[1], on reprocherait aux collèges d'être de vastes aires de stationnement où les jeunes reçoivent une formation calquée sur un modèle ne traduisant aucune préoccupation au sujet des besoins actuels et futurs des individus dans une société en mutation.

Le problème de départ de cette recherche étant précisément de faire le point sur la situation de l'enseignement et de l'apprentissage des mathématiques au niveau collégial, afin de proposer aux étudiants une démarche adaptée à leur vécu réel, c'est-à-dire à leurs acquis antérieurs et aux impératifs futurs de leurs études et de leur carrière, il a paru approprié de procéder à une évaluation des besoins en consultant le milieu de façon à connaître ses perceptions et ses attentes en rapport avec l'éducation mathématique.

1.1 BUTS DE L'ÉDUCATION MATHÉMATIQUE AU NIVEAU COLLÉGIAL

1.1.1 L'évaluation des besoins

Selon Burton et Merrill (1977), l'évaluation des besoins[2] est un processus systématique visant à déterminer des buts, identifier des besoins et établir des priorités d'action. Elle est la première étape d'une approche systémique à l'élaboration de matériel d'enseignement. Lorsque

---

(1) Rapport IFAUT, extraits dans LA PRESSE, 30 mars 1985, p.1.

(2) Traduction libre du «needs assessment».

conduite selon un modèle déductif, c'est-à-dire un modèle où les comportements visés sont déduits des buts à atteindre, l'évaluation des besoins comporte quatre phases. La première consiste à dresser une liste contenant le plus grand nombre de buts possible, en mettant l'accent sur la quantité plutôt que sur la qualité de ces buts. À cette fin il est recommandé de s'adresser à un comité de composition variée, afin que soit préservée la diversité des points de vue. La seconde phase permet aux mêmes intervenants de porter un jugement de valeur sur ces buts, en les classant selon un ordre numérique basé sur leur pertinence ou leur importance. Cette cueillette de données se fait généralement au moyen de techniques relevant du sondage ou de l'enquête. La méthode de Delphes, mise au point par Helmer (1966), permet souvent d'obtenir des résultats intéressants dans ce cas.

Cette méthode consiste à recueillir de l'information chez un grand nombre de participants, et à faire circuler cette information à plusieurs reprises si nécessaire, de façon à obtenir un consensus sur un sujet quelconque, tout en respectant les désaccords et en sollicitant les justifications de position. Elle présente les avantages de n'occasionner ni rencontres ni déplacements, et par le fait même, de ne pas créer de confrontation ni de pression à se conformer. D'après Rubinstein (1975), elle permet parfois d'arriver à des consensus dans un groupe à l'intérieur duquel il existait au départ des vues diamétralement opposées sur ce qui est à faire et ce qui est fait.

La troisième phase de l'évaluation des besoins consiste à analyser les données recueillies, c'est-à-dire à mesurer les disparités entre les buts à atteindre et les performances actuelles mesurées au moyen d'instruments précis, afin de faire apparaître les besoins qu'il importerait de réduire. À partir de ces résultats, et au moyen de calculs plus ou moins sophistiqués suivant la précision des instruments employés à la phase 3, on établit des priorités d'action au sujet desquelles on peut à nouveau tenter d'obtenir un consensus parmi les personnes consultées précédemment.

Pour l'évaluation des besoins en éducation, il est recommandé de s'adresser à des intervenants impliqués à divers niveaux dans le système, que l'on qualifiera par la suite d'«experts» ou de «non experts» suivant leur niveau d'intervention et leur compétence en la matière.

1.1.2 Échantillon

Dans le cadre de cette recherche, l'évaluation des besoins voulait permettre de baser une démarche d'enseignement et d'apprentissage sur des besoins identifiés dans et par le milieu, plutôt que sur des perceptions plus ou moins intuitives de ces mêmes besoins. Cependant comme elle n'était qu'une étape, importante certes, mais préliminaire à la recherche proprement dite, on ne put lui donner les proportions d'envergure que la technique permet.

La consultation s'adressa à 43 sujets, répartis de la façon suivante: 22 «experts» (professeurs de mathématiques au collège ou à l'université) et 21 «non experts» (9 professeurs d'autres disciplines, 6 responsables administratifs, et 6 professionnels). Cet échantillon non aléatoire rejoignait des intervenants dont les relations avec les étudiants et avec les mathématiques sont très diverses. Devant l'intérêt des renseignements ainsi recueillis, on déplora de n'y avoir pas inclus de représentants des étudiants ni du marché du travail, et de ne pas avoir étendu cette enquête à l'extérieur du milieu sherbrookois. Mais telle quelle, cette consultation permit quand même d'obtenir des informations très pertinentes à la situation de recherche. Le taux de réponse fut de 60%, la plupart des participants tinrent à justifier leurs positions et se déclarèrent intéressés à connaître les résultats de cette enquête, lesquels leur furent communiqués par la suite.

1.1.3 Phase 1: collecte des buts à atteindre et des buts atteints

Un premier questionnaire ayant pour objectifs de réunir le plus grand nombre possible de buts à atteindre, et d'identifier les buts jugés atteints, fut adressé à tous les sujets de l'échantillon. Cette façon d'identifier les buts atteints fut choisie à cause du manque d'instruments standardisés pouvant mesurer les performances actuelles des étudiants, et à cause des moyens limités de ce projet de recherche.

Les questions étaient les suivantes:

Q.1 Selon vous, quels devraient être les buts visés par l'éducation mathématique au niveau collégial ?

Q.2 Selon vous, quels sont les buts atteints réellement par les cours de mathématiques au niveau collégial ?

Les consignes spécifiaient que les réponses devaient représenter des opinions personnelles ou professionnelles, à justifier ou non selon le désir de chacun. La participation était anonyme, mais pour les fins de l'analyse on pouvait distinguer les réponses venant des «experts» de celles des «non experts».

Cette opération permit de recueillir 92 énoncés de buts à atteindre et 66 énoncés de buts atteints, provenant de 12 «experts» et de 14 «non experts». Après élimination des recoupements, ces nombres furent ramenés à 30 et 25 respectivement. On trouvera à l'Appendice A, la liste des buts jugés atteints, rangés par ordre d'importance décroissante selon leur fréquence d'apparition.

1.1.4 Phase 2: classification des buts à atteindre

Mettant provisoirement de côté les buts atteints, on demanda à tous les sujets de l'échantillon de classer par ordre numérique décroissant selon leur importance, les 30 buts à atteindre énumérés au premier tour. Ces énoncés étaient présentés dans un ordre aléatoire, et afin de respecter

toutes les opinions, on avait conservé certains items qui se situaient à la limite entre les buts et les moyens.

Les consignes étaient les suivantes:

C1 : tous les buts doivent avoir un rang.
C2 : des buts jugés d'importance égale peuvent avoir le même rang.
C3 : si deux buts occupent le même rang on sautera le rang suivant.
C4 : le rang 31 pourra être attribué à tous les buts qu'on ne souhaite pas retenir.

L'ordre numérique décroissant fut choisi parce qu'il est facile à établir et à analyser. En outre, comme il étale davantage les rangs qu'une échelle de Likert, il est propre à mieux faire ressortir les préférences (Burton, Merrill, 1977).

Cette opération retourna 26 classements, dont 11 provenaient du sous-groupe «expert» et 15 de l'autre sous-groupe. On trouvera à l'Appendice A, la liste des buts à atteindre, classés par ordre d'importance décroissante.

1.1.5 Phase 3: identification des besoins

Selon Burton et Merrill (1977), un besoin existe lorsqu'il y a disparité entre ce qui devrait être et ce qui est. On peut distinguer plusieurs types de besoins: dans le cas présent, il s'agit de besoins ressentis plutôt que normatifs ou comparatifs, car ils sont identifiés à partir de perceptions et d'attentes, sans comparaison avec d'autres groupes, ni référence à des normes.

L'identification des besoins ne fut pas chose simple et ce pour plusieurs raisons. D'abord, les buts à atteindre n'étaient pas définis en termes de critères de performance. On ne disposait pas non plus d'instruments standardisés permettant de mesurer les performances actuelles. Tout calcul visant à comparer ces performances à un niveau critère était donc exclu au départ.

Il aurait été possible de mesurer les disparités en calculant les différences entre les rangs attribués aux buts à atteindre et aux buts atteints. Toute différence négative appréciable aurait souligné l'existence d'un besoin et toute différence positive du même ordre aurait signalé à l'attention un but qui était atteint à un degré que son importance ne justifiait pas. Mais ces calculs étaient compliqués par la présence de buts visés mais non atteints, et atteints mais non visés. De plus cette opération aurait impliqué la comparaison de deux objets (rangs) de provenances différentes (importance et fréquence).

Pour toutes ces raisons, et aussi parce que le nombre de buts à traiter était élevé, il est apparu préférable de déterminer les besoins à partir des buts regroupés en classe selon la dimension éducative visée. Le tableau 1 présente les résultats de ce regroupement des buts en quatre classes selon qu'ils visent la formation, l'instruction, le développement d'attitudes ou le rôle social des mathématiques dans le cours d'études.

Tableau 1: Regroupement des buts à atteindre, en quatre classes.

Classes	Nombre de buts	Rangs de ces buts	Rang moyen par classe
Formation	13		9,1
- développement intellectuel		1-2-4-5-9-10-13-20-24	
- méthode de travail		3-6-8-14	
Instruction	8	7-12-15-16-17-21-23-25	17
Attitudes	6	11-18-19-22-26-27	20,5
Rôle social	3	28-29-30	29

Le nombre de buts rattachés à chaque classe et le rang moyen calculé par classe fait apparaître un ordre d'importance parmi les buts à atteindre par l'éducation mathématique. On constate que:

- les attentes au sujet des mathématiques comme outil de formation par le développement intellectuel et l'acquisition d'une méthode de travail sont très élevées.
- l'acquisition de connaissances et d'habiletés mathématiques et la préparation aux études supérieures et à la carrière viennent en deuxième lieu.
- on se soucie relativement peu du rôle de l'affectivité dans l'apprentissage des mathématiques.
- on conteste ou rejette la sélection et l'élimination par les cours de mathématiques, des candidats aux études supérieures et aux différentes professions.

On dénote peut-être ici une légère incohérence: peut-on à la fois contester ou rejeter le rôle de sélection des mathématiques, et reléguer aux avant-derniers rangs les buts visant à rendre les mathématiques accessibles aux étudiants en les reliant au vécu réel ?

Le même procédé de regroupement fut repris avec les buts jugés atteints, ce qui donna le tableau 2.

Tableau 2: Regroupement des buts atteints en quatre classes

Classes	Nombre de buts	Rangs de ces buts
Formation	12	
- développement intellectuel		5*-8*-8*-12-(13*-18-18*)
- méthode de travail		7-(13*-18-18-18)
Instruction	8	2-2-5-8-8-(13-18-18)
Attitudes	5	4-(13-13-18-18)
Rôle social	2	1-(18)

*: jugés atteints chez une minorité d'étudiants seulement

Si on élimine les buts de rang 13 et 18, (i.e. mentionnés par 1 ou 2 participants seulement), on remarquera que:

- c'est dans la classe «instruction» que l'on retrouve le plus grand nombre de buts jugés atteints, bien que dans le sous-groupe «non expert» on exprime des réserves quant à la capacité des étudiants à transférer les connaissances et habiletés acquises à des problèmes autres que mathématiques.
- seulement cinq objectifs de formation sont jugés atteints, à des degrés variables et chez une minorité d'étudiants seulement. (On cite surtout les étudiants en sciences).
- au niveau des attitudes, on déplore le développement d'attitudes négatives (dévalorisation, découragement par l'échec, phobie des mathématiques).
- en nombre égal dans les deux sous-groupes, on reconnaît le rôle de sélection opéré par les cours de mathématiques.

Cette analyse permit d'identifier deux catégories de besoins:

1. Besoins résultant de la disparité entre l'importance des buts à atteindre et le degré actuel d'atteinte de ces buts. Les plus grandes disparités dans cette catégorie se retrouvent parmi les buts visant le développement intellectuel et l'acquisition d'une méthode de travail.

2. Attention nécessaire à apporter à des buts jugés atteints, mais peu importants ou non visés. On pense ici surtout au développement d'attitudes négatives et au rôle de sélection des mathématiques.

1.1.6 Phase 4: établissement de priorités d'action

Le processus d'évaluation des besoins culmine dans l'établissement de priorités d'action. Une fois les besoins clairement identifiés, il importe en effet de décider quels sont ceux que l'on considérera comme prioritaires, et quelles actions on entreprendra pour tenter de les réduire.

L'enquête rapportée plus haut avait fait ressortir sans équivoque que les attentes du milieu face à l'éducation mathématique de niveau collégial concernent, par ordre d'importance décroissante, le développement intellectuel, l'acquisition de connaissances et d'habiletés et le développement d'attitudes positives.

Cet ordre de priorités est-il défendable ? Il faut reconnaître que les mathématiques de la vie courante - la numération, les quatre opérations, la règle de trois, les nombres décimaux et la mesure des périmètres et des surfaces des quadrilatères - sont celles que l'on enseigne à l'école primaire. Les mathématiques du secondaire - l'algèbre, la résolution des équations, la représentation graphique des relations et la congruence des figures - sont déjà plus éloignées du vécu quotidien. Elles obligent l'étudiant à un premier niveau d'abstraction en l'introduisant à la

modélisation des phénomènes réels. Les mathématiques enseignées au collégial sont le prolongement de celles-ci. On y aborde l'étude de concepts où sont discutées les notions de fini et d'infini, de continu et de discret; les opérations et les problèmes relèvent plutôt de l'un ou l'autre secteur du domaine scientifique, et une proportion relativement faible des étudiants qui suivent ces cours réutiliseront telles quelles les notions et les techniques qui y sont enseignées. Par contre, tous les étudiants sans exception, quelles que soient les études ou la carrière choisies ultérieurement, appliqueront avec profit ces habiletés mentales, qui ne sont pas propres aux mathématiques mais communes à toute activité intellectuelle, et dont il semble que l'apprentissage des mathématiques puisse favoriser l'acquisition. C'est pourquoi il importe qu'au sortir des études collégiales, il reste des cours de mathématiques autre chose qu'un souvenir de formules apprises par coeur, et c'est cette «autre chose» qu'on nous demande, en termes non équivoques, de viser. Il faut que les cours de mathématiques soient pour l'étudiant une occasion de se livrer sciemment à un véritable entraînement de ses facultés intellectuelles, entraînement qui aura des répercussions sur son comportement dans des secteurs d'activités autres que mathématiques.

Cette priorité est par ailleurs conforme aux recommandations de plusieurs recherches effectuées en milieu collégial québécois (Desautels (1978), Tellier (1979), Tran et Noircent (1980), Torkia-Lagacé (1981)), lesquelles concluaient à l'importance du développement intellectuel et de l'acquisition d'une méthode de travail efficace dans la réussite académique au niveau collégial.

Pour ce qui est de l'instruction mathématique proprement dite, il est rassurant de constater que plusieurs des buts qui lui sont reliés sont jugés atteints. Mais comme ils ne constituent pas la seule, ni même la première priorité, nous croyons qu'il faut veiller à ce que les connaissances et habiletés acquises soient transférables et effectivement transférées à des

domaines d'activités autres que mathématiques. Un des moyens d'y arriver serait peut-être de diminuer le nombre d'exercices répétitifs auxquels on soumet généralement les étudiants pour leur proposer davantage de véritables problèmes à résoudre.

Enfin, et même si l'importance accordée à ces buts était faible, nous demeurons convaincues qu'il est indispensable de travailler à développer, surtout chez les étudiants qui éprouvent des difficultés en mathématiques, des attitudes de confiance en soi, et de s'attacher à dédramatiser l'échec en le considérant comme une étape vers la réussite.

Mentionnons en dernier lieu qu'un des seuls moyens qui nous apparaîtrait possiblement efficace pour contrer la sélection opérée par les cours de mathématiques, serait de respecter les rythmes et les styles d'apprentissage des étudiants, et de leur enseigner, dans la plus grande mesure du possible, des mathématiques collées à la réalité, des mathématiques qui feraient elles-mêmes la preuve de leur applicabilité, et dans lesquelles les étudiants pourraient puiser une motivation à apprendre.

1.2 ÉDUCATION MATHÉMATIQUE ET TECHNOLOGIE

L'enquête rapportée à la section précédente avait permis de préciser les attentes du milieu quant aux buts à long terme de l'éducation mathématique au niveau collégial. Elle constitua le point de départ de la recherche proprement dite, laquelle avait comme objectif général de construire une démarche d'enseignement et d'apprentissage des mathématiques adaptée à la situation actuelle. L'étape suivante fut d'explorer les possibilités offertes en ce domaine par la nouvelle technologie.

1.2.1 Pourquoi l'ordinateur ?

Les prophètes de l'âge électronique (Brown (1979), Licklider (1979)), prédisent que l'ordinateur sera à l'origine d'une restructuration intégrale de l'éducation au cours des prochaines décennies. Qu'en sera-t-il au juste dans le domaine de l'enseignement et de l'apprentissage des mathématiques au niveau collégial ? Les tentatives d'intégration de l'ordinateur aux programmes d'études sont-elles justifiables ? Et si tel est le cas, quels modes d'utilisation doit-on privilégier, et quels avantages serait-il raisonnable d'en attendre ?

Les réponses à ces questions ne sont pas et ne seront pas disponibles avant plusieurs années de recherche et d'expérimentation. Mais l'expertise actuelle a déjà mis en relief certaines caractéristiques de l'ordinateur susceptibles d'être exploitées avec profit.

1. Calcul numérique. Historiquement, l'un des premiers usages de l'ordinateur fut de calculer des approximations numériques pour résoudre des problèmes qui s'étaient avérés intraitables par les méthodes formelles. Les techniques de factorisation et de réduction des équations polynomiales constituent un moyen élégant, et extrêmement satisfaisant pour le mathématicien, de déterminer les racines de ces équations, mais la recherche par approximations successives représente une approche très pratique pour celui qui utilise les mathématiques. L'ordinateur est aussi un outil très appréciable pour effectuer les calculs fastidieux qu'exigent la solution des systèmes linéaires, l'inversion des matrices, l'évaluation des dérivées et des intégrales, la solution des équations différentielles, et de façon générale, pour tous les calculs qui devront être répétés. Plus la quincaillerie et les logiciels deviendront perfectionnés, plus les méthodes numériques prendront de l'importance.

2. Calcul symbolique. Des programmes hautement sophistiqués tels MACSYMA et sa contrepartie sur micro-ordinateur, MUMATH, permettent le traitement des expressions symboliques avec une rapidité et à un niveau de performance tels qu'on ne peut que remettre en question le temps de classe alloué à la maîtrise de ces opérations de routine. Il est également possible d'écrire dans des langages évolués, des programmes très courts qui permettront de telles manipulations.

3. Représentation graphique. Les graphes ont toujours été un moyen privilégié de représenter, communiquer et discuter les idées mathématiques. Ainsi qu'on le remarquait dans une recherche précédente (Thibault-Giard, 1985), il a toujours été possible de combiner au tableau noir les solutions géométrique et algébrique d'un problème. Mais la représentation graphique dans ce cas atteint vite des limites posées par le temps, l'habileté et la précision des instruments: les écrans à haute résolution, déjà très répandus, permettent de tracer facilement, rapidement et avec une bonne précision les graphes de fonctions et de relations dans le plan ou l'espace à trois dimensions.

4. Bases de données. L'ordinateur a bouleversé la problématique du stockage et de la recherche d'information. Les principes, les formules, les faits et les données ne sont plus obtenus par la consultation de livres et de tables de références, mais en s'adressant à l'ordinateur. Ce qui importe désormais est de maîtriser l'accès à ces énormes ressources.

5. Le travail en réseau. La possibilité de relier les ordinateurs en réseau facilite et accélère la communication de l'information. Résoudre un problème pourrait bien, dans un avenir rapproché, consister à reconnaître ses principales caractéristiques et à demander à un système informatique l'aide nécessaire pour le reste.

Connaissant ces caractéristiques, quelles conjonctures peut-on faire quant à l'utilisation de l'ordinateur dans la classe de mathématiques ?

Entre les mains du professeur, l'ordinateur peut devenir un instrument de démonstration et de présentation d'exemples capable d'enrichir l'enseignement de façon appréciable. Au service de l'étudiant, l'ordinateur peut être un outil d'exploration et d'exécution susceptible de promouvoir considérablement son initiative, son autonomie et sa créativité; de plus, il élargit l'étendue des problèmes et des activités qu'on peut lui proposer de traiter.

À l'école comme ailleurs, l'ordinateur sera ce qu'on en fera, et on est en droit de croire que certains modes d'utilisation seront plus propices à l'apprentissage que d'autres. Il existe des arguments hautement persuasifs selon lesquels l'acte d'écrire des programmes pourrait aider l'étudiant à atteindre une compréhension plus profonde des idées mathématiques, et selon lesquels les habitudes de pensée acquises par une bonne pratique de la programmation constitueraient des heuristiques puissantes pour la solution de problèmes en général. De la sorte, en plus d'offrir un support efficace à l'enseignement et à l'apprentissage des mathématiques, l'ordinateur pourrait contribuer à l'acquisition d'habiletés transférables à d'autres activités et même à la maturation des structures intellectuelles.

Ces dernières considérations ne sont pas étrangères aux buts que l'on souhaite atteindre à long terme par l'éducation mathématique au niveau collégial, ce qui suffirait à justifier l'intérêt porté à l'ordinateur dans cette recherche. Mentionnons toutefois un dernier argument en faveur de son intégration au curriculum: l'ordinateur a changé les façons de faire et d'utiliser les mathématiques. De ce fait, certains objectifs ont perdu de l'importance et de nouvelles priorités ont surgi; il est plus que temps d'enseigner dans les écoles, les mathématiques que les élèves auront à utiliser au cours de leur carrière.

1.2.2 Pourquoi la programmation ?

Les applications pédagogiques de l'ordinateur connues à ce jour dans le domaine des mathématiques se répartissent en trois catégories auxquelles on réfère souvent par les noms suivants: enseignement géré par ordinateur, enseignement assisté par ordinateur et enseignement basé sur ordinateur.

La première catégorie comprend la génération de matériel didactique et de tests, l'administration et la correction des tests, ainsi que la gestion et la communication des résultats. Ces applications mettent l'ordinateur au service de l'enseignant, en lui facilitant les tâches dont il a la responsabilité, soient la planification et l'administration de l'enseignement, ainsi que l'évaluation des apprentissages.

L'activité caractéristique de l'enseignement assisté par ordinateur est l'exécution par le professeur ou par l'étudiant, d'un programme construit au préalable par un concepteur de logiciel. Dans ce cas, c'est l'output du programme et non sa construction ou sa logique qui intéresse l'utilisateur et est censé permettre d'atteindre des objectifs d'enseignement ou d'apprentissage. On retrouve dans cette catégorie, les exercices (drill & practice), les simulations, les jeux et toutes les formes de communication de l'information. Ces applications mettent l'ordinateur au service de l'enseignant et à celui de l'apprenant, bien qu'elles n'autorisent que peu d'initiative de la part de l'un comme de l'autre.

Enfin on désigne sous le nom d'enseignement basé sur ordinateur, toute démarche au cours de laquelle l'étudiant construit lui-même ses propres programmes sur ordinateur, dans le but d'apprendre des mathématiques. L'apprentissage par la programmation a ses partisans et ses détracteurs. Comme elle nécessite la connaissance d'un langage de programmation et des méthodes de travail sur ordinateur, le temps et les efforts du professeur et des étudiants ne sont plus consacrés exclusivement à l'apprentissage des mathématiques. Cependant, les similitudes évidentes entre les opérations de

la pensée nécessaires pour construire, tester, corriger et affiner les algorithmes de programmation, et celles que requiert la résolution de problèmes en mathématiques, autorisent à remettre en question ce dédoublement du temps et des énergies.

Au niveau collégial, il existe des applications de l'ordinateur appartenant à ces trois catégories et il est probable que l'avenir confirmera qu'il est pertinent d'utiliser l'ordinateur de multiples façons. Cependant, la vogue actuelle est beaucoup plus à l'enseignement géré et assisté par ordinateur ainsi qu'en a témoigné le Colloque 1984 de l'APOP, où 29 des 35 ateliers présentés traitaient de la production, de l'utilisation ou de l'évaluation de logiciels et de didacticiels. Les tentatives d'intégration de la programmation à l'apprentissage des mathématiques demeurent peu nombreuses. Le rapport Meynard (1979) qui retrace le développement des applications pédagogiques de l'ordinateur dans sept collèges de 1972 à 1977, en signale deux[1]. Depuis l'avènement de la micro-informatique, il arrive que des professeurs proposent à leurs étudiants quelques activités de programmation, en BASIC la plupart du temps, parfois en APL[2], dans le cadre d'un cours d'algèbre, de calcul ou de statistiques. Cependant, ces expériences isolées demeurent peu connues car, la plupart du temps, elles ne sont pas conduites dans le cadre de projets structurés et donc reçoivent peu de publicité. Mais il existe d'autres causes à cette réticence des praticiens de l'enseignement à s'engager dans la voie de l'enseignement par la programmation.

Citons d'abord le manque de ressources techniques et pédagogiques. Peu de collèges disposent actuellement d'un laboratoire de micro-ordinateurs équipé de façon adéquate pour l'apprentissage des mathématiques. De plus, il n'existe à peu près pas de textes ni de matériel didactique approprié au contenu des programmes du niveau collégial québécois.

---

(1) J.P. Collette, Cegep Montmorency; Lavoie et Rioux, Collège de Chicoutimi.

(2) L. Lapointe, Collège de Sherbrooke.

Sur le plan pédagogique, la plupart des professeurs craignent que l'activité de programmation ne nuise à l'apprentissage des mathématiques, à cause du niveau de difficulté et du temps requis pour maîtriser le langage et la technique du travail sur ordinateur. D'ailleurs on ne se sent pas en mesure de préciser ni les objectifs qui pourraient être visés par une telle démarche, ni les moyens qui pourraient être mis en oeuvre pour les atteindre.

Enfin, d'un point de vue purement mathématique, on allègue que les idées fondamentales, dont certaines sont connues depuis des centaines et même des milliers d'années, n'ont pas été invalidées suite à l'apparition de l'ordinateur, et d'ailleurs qu'elles existent indépendamment de celui-ci et sont même parfois incompatibles (on pense à la continuité, par exemple) avec les mathématiques discrètes de l'ordinateur.

Tous ces arguments sont sérieux et méritent qu'on s'y arrête, mais il est facile de leur opposer des arguments contraires et tout aussi valables. Le débat théorique sur la nature des mathématiques et leur compatibilité avec l'ordinateur est loin d'être réglé, mais le statut des mathématiques discrètes dans le curriculum s'améliore d'année en année. Des propositions concrètes visant à changer les programmes de mathématiques de niveau collégial (Ralston et Young, 1983), sont présentement à l'étude aux États-Unis. À Judah Schwartz, qui soutenait lors d'un colloque sur l'ordinateur et l'éducation tenu à Montréal en décembre 84, qu'on ne pouvait penser à enseigner le calcul par la programmation à cause de l'impossibilité de tenir compte de la densité des réels dans la représentation graphique à l'écran, on peut demander ce que devient cette propriété dans les logiciels dont il est un concepteur prolifique.

Pour ce qui est du temps nécessaire à l'apprentissage de la programmation, il est certain que, si l'on est convaincu que tout le temps consacré en classe actuellement à l'apprentissage des mathématiques est utilisé à bon escient, alors on ne dispose pas de temps pour des activités

d'apprentissage supplémentaires, fût-ce de la programmation. Mais cette attitude nécessite une confiance inébranlable dans les vertus de l'enseignement traditionnel, confiance qui n'est peut-être pas justifiée par les résultats qu'il permet d'obtenir présentement.

Atchison et al. (1984) rapportent avoir obtenu en moins de dix-huit minutes avec MUMATH une solution impeccable à tous les problèmes présentés à des étudiants en sciences et en génie, à l'examen final d'un cours d'introduction au calcul de niveau universitaire. Les exemples de ce type ne manquent pas. Les performances de l'ordinateur indiquent que de tels examens ne mesurent que la connaissance et l'habileté à appliquer des algorithmes de calcul, et qu'ils ne font aucunement appel à l'analyse de problèmes ni à la compréhension de concepts ou à l'interprétation de phénomènes. Or, les examens sont censés mesurer l'atteinte des objectifs d'apprentissage du cours. La dextérité dans les manipulations de routine serait-elle l'objectif prépondérant de l'enseignement actuel ?

Un investissement de temps dans l'apprentissage des méthodes et des langages de programmation, en favorisant le développement de nouvelles habiletés intellectuelles, pourrait avoir des retombées positives sur le temps nécessaire à l'apprentissage des mathématiques. Enfin, la préoccupation relative au niveau de difficulté de la programmation disparaîtra d'elle-même quand les étudiants auront reçu une initiation à l'informatique préalable au niveau collégial, et surtout quand les professeurs eux-mêmes seront à l'aise dans cette activité.

Quand au manque de ressources techniques et didactiques, le plan de développement de l'utilisation de l'ordinateur à des fins pédagogiques mis de l'avant par le MEQ en 1983, devrait libérer les sommes d'argent nécessaires à l'achat progressif d'équipement par les collèges, tout en permettant à la recherche de développer des instruments pédagogiques adéquats. Cette recherche devra à la fois tenir compte des résultats établis ailleurs dans ce domaine, particulièrement aux États-Unis et en France, et définir avec soin les objectifs visés au Québec par l'intégration de l'ordinateur aux activités éducatives.

Dans un livre intitulé Mindstorms, le mathématicien et chercheur américain S. Papert (1980) expose les raisons qui ont fait de lui l'ardent promoteur de la formule «un enfant - un micro». Ses travaux ont ouvert de nouvelles perspectives en éducation, axées sur la création de conditions dans lesquelles les modèles intellectuels prennent place.

Papert voit dans l'ordinateur utilisé en mode de programmation un outil efficace pour l'apprentissage des mathématiques, outil favorisant à la fois la réflexion épistémologique et le développement intellectuel.

À l'enseignement assisté par ordinateur, Papert reconnaît des intuitions brillantes pour présenter les contenus et atteindre les objectifs traditionnels. Il déplore cependant que le rôle de l'apprenant dans cette démarche soit aussi passif. En regard de la problématique de ce projet de recherche, il faut reconnaître qu'il existe actuellement des logiciels commerciaux puissants, tels MUMATH, ainsi que d'autres logiciels produits dans le milieu collégial (1), susceptibles de supporter efficacement l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques, en assistant l'étudiant dans des calculs et des opérations complexes ou fastidieuses, en l'aidant à maîtriser des techniques ou en produisant des représentations dynamiques des phénomènes de changement. Toutefois, à côté de ces logiciels de valeur, combien d'autres ne proposent à l'étudiant qu'une démarche aussi uniformisée, sinon plus, que le cahier d'exercices traditionnel ! Même dans les meilleurs des cas, l'exécution de programmes n'autorise que peu d'initiative, elle ne requiert que peu d'activité et de créativité.

Dans la vision de Papert, l'étudiant doit programmer l'ordinateur et non être programmé par celui-ci. En recommandant de placer l'étudiant aux commandes de l'ordinateur, Papert veut le placer aux commandes même du processus d'apprentissage des mathématiques. Cette approche a ses racines dans une

---

(1) Logiciels de représentation graphique de fonctions (D. Davesne et M. Delisle, Collège de Sherbrooke, 1983), de résolution de systèmes linéaires, (Bélanger et al., Collège de Rimouski, 1983), d'algèbre linéaire et d'analyse (Vaillancourt, Cégep de Rosemont, 1983).

conception active et centrée sur l'apprenant, du processus d'acquisition de connaissances. Elle repose sur l'hypothèse qu'il y a apprentissage lorsque l'apprenant pose une action et reçoit en retour une information relative au résultat ou à l'effet produit par cette action. Dans l'enseignement traditionnel, ce feedback provient principalement du professeur, dont l'attention et le temps doivent être répartis équitablement entre tous les élèves d'une classe, en fonction des besoins de chacun. Dans l'apprentissage par la programmation, ce feedback provient aussi de l'ordinateur. Lorsque l'étudiant travaille à résoudre un problème, les actions de l'ordinateur extériorisent le processus de solution et mettent l'étudiant à même de comparer ce qu'il se propose de faire, et ce qu'il fait réellement, tout écart entre les deux lui apportant sur-le-champ un feedback appréciable quant à la nature et à la localisation de ses erreurs. Mais contrairement à l'enseignement assisté par logiciel, où toutes les catégories d'erreurs ont supposément été prévues à l'avance, l'étudiant doit identifier et corriger lui-même ses erreurs.

Cette approche à l'apprentissage des mathématiques induit naturellement à la réflexion épistémologique. Comment arrive-t-on à faire résoudre un problème par l'ordinateur ? Comment apprend-on ? En rendant accessibles à l'étudiant les méthodes de l'intelligence artificielle, Papert veut lui donner l'occasion de réfléchir de façon concrète sur les procédés jusqu'ici abstraits de la pensée et de la cognition.

Par le biais de la réflexion épistémologique, Papert vise le développement intellectuel du sujet. La programmation oblige l'étudiant à définir des ordres et des priorités, à décomposer des processus complexes en processus simples, à construire des structures hiérarchiques, à faire des liens logiques, à formuler et à vérifier des hypothèses, à utiliser des symboles, à abstraire et à généraliser. Toutes ces opérations sont celles que l'on voudrait familières aux étudiants des niveaux collégial et universitaire.

Même si les préoccupations de Papert se situent davantage au niveau de l'école primaire, tout porte à croire que ses principes sont transposables à des niveaux supérieurs. L'ordinateur peut servir à l'illustration et à l'exploration de concepts mathématiques allant des plus simples aux plus puissants, et la complexité des problèmes qu'il peut aider à résoudre n'a de limite ni vers le bas, ni vers le haut. Et si l'ordinateur est vraiment l'outil à penser qu'on le soupçonne d'être, à quel niveau scolaire peut-on s'en passer ?

1.2.3 Pourquoi LOGO?

Apprendre à programmer n'est rien autre qu'apprendre à communiquer avec l'ordinateur de façon à être compris par celui-ci, et à comprendre les messages qu'il adresse en retour. Lorsqu'il s'agit simplement de programmer un ordinateur pour commander l'exécution d'une tâche quelconque, il n'y a pas de bon ni de mauvais langage, car tous présentent des avantages et des inconvénients liés aux choix théoriques qui ont précédé leur construction. Il s'agit de choisir parmi le millier de langages existant actuellement, celui qui est le plus approprié à la tâche à exécuter.

Mais lorsque la programmation est une aide à l'apprentissage, l'éventail est beaucoup plus restreint. Selon Masterson (1984), le choix doit être fait alors en tenant compte de quatre critères, soient: la simplicité, la puissance, la généralité et la richesse cognitive des différents langages.

Un langage sera simple du point de vue sémantique, s'il a été construit à partir d'un petit nombre de concepts bien choisis, et du point de vue syntaxique, s'il est facile à maîtriser pour résoudre des problèmes élémentaires. Par contre, on dira d'un langage qu'il est puissant s'il permet de résoudre efficacement des problèmes plus complexes. La simplicité et la puissance d'un langage sont des qualités relativement indépendantes, voire opposées: il n'est pas facile de trouver un langage qui soit à la fois simple et puissant. La généralité d'un langage est ce qui permet de l'utiliser dans plusieurs contextes. L'importance de cette qualité dans le

cas de l'apprentissage par la programmation est évidente. Si des étudiants doivent faire l'effort nécessaire pour maîtriser un langage afin d'apprendre une discipline donnée, il serait normal que ce langage soit compatible avec l'apprentissage d'autres disciplines, et avec l'exécution d'autres tâches, comme le traitement de texte ou de données. Enfin, la richesse cognitive d'un langage dépend de l'universalité des modèles sous-jacents à ce langage. Un langage sera riche du point de vue cognitif s'il permet de représenter et de tester des hypothèses au sujet des règles qui gouvernent les différents domaines de problèmes, s'il suggère des pistes de raisonnement et offre des alternatives plutôt que d'emprisonner la pensée dans des structures rigides.

Au Québec, les langages disponibles actuellement sur micro-ordinateur, et avec lesquels on pourrait envisager l'apprentissage par la programmation sont le Pascal, le Basic, le Logo et l'APL. Tous ces langages, sauf peut-être le dernier, sont enseignés au cours d'ISI à une plus ou moins grande échelle.

Pascal, un langage de la même famille qu'ALGOL, est suffisamment concis pour tourner sur les micro-ordinateurs de type courant, munis de 64K de mémoire. Sa syntaxe et sa sémantique en font un langage relativement simple et puissant, et comme tous les langages compilés, d'une grande rapidité d'exécution. Pascal présente cependant deux inconvénients majeurs: il n'est pas interactif, c'est-à-dire qu'il ne permet pas de tester simplement une ou quelques commandes à la fois. De plus, dans ce langage, une fonction ne peut retourner qu'un seul item. C'est pourquoi, pour traiter des structures de données plus complexes, il faut recourir aux sous-routines, ce qui est malheureux car la composition de fonctions donne une image beaucoup plus claire d'un processus complexe qu'une suite équivalente d'appels de procédures. Enfin, comme Pascal ne permet pas, ou mal, la compilation séparée de fonctions et leur réutilisation ultérieure automatique, la création d'un environnement de travail évolutif et adapté aux besoins de l'usager est assez difficile. C'est pourquoi, bien que Pascal soit compatible avec plusieurs situations de problèmes, on ne peut dire qu'il soit un langage riche du point de vue cognitif.

Développé à Dartmouth en 1965, Basic est un langage facile à apprendre, hautement interactif et très répandu parce qu'implanté sur la plupart des micro-ordinateurs depuis leur apparition vers 1975. Cependant, sa compacité, qui a suffi au départ à assurer sa popularité, en a fait un langage dont les performances sont réduites. Ses structures de contrôle sont élémentaires; elles obligent à utiliser des boucles et des branchements, ce qui donne à des programmes même courts une allure enchevêtrée. De plus, l'impossibilité de faire appel à des procédures ou à des sous-routines empêche toute programmation structurée, la commande GOSUB ne permettant somme toute que des branchements non conditionnels d'un bloc de programmes à un autre, avec possibilité de retour au bloc original. Enfin, la plupart des versions réduisent le nom des variables à deux caractères, ce qui en diminue la puissance mnémonique. Aux États-Unis, un comité est à reformuler des normes dans le but de restructurer le langage Basic de façon à le rendre plus performant, mais pour l'instant, sa simplicité ne suffit pas à le rendre attrayant dans une perspective d'apprentissage par la programmation.

On peut traiter simultanément de Logo et d'APL, à cause des similitudes qu'ils présentent sur un grand nombre de points. Disons d'abord que dans ces deux langages extrêmement interactifs, les commandes peuvent être exécutées en mode direct, sans recourir à la programmation. De même, les procédures peuvent être testées séparément, aussitôt que définies en mode de programmation. Ceci accélère la localisation et la correction des erreurs. Cette mise au point est encore facilitée par la possibilité d'introduire dans les procédures des points de vérification et des pauses.

La structure procédurale de ces deux langages incite à la programmation modulaire: chaque problème complexe peut être séparé en sous-problèmes plus simples dont la solution fera l'objet d'une procédure. Ces procédures, que l'on peut considérer comme des fonctions, peuvent être conservées en mémoire et réutilisées au besoin, créant ainsi un environnement de travail dynamique. Dans chacun de ces langages, les structures de contrôle incluent l'itération, les expressions conditionnelles et la récursivité; cette dernière permet à une procédure de faire référence à elle-même, ce qui peut

être mis à profit dans de nombreux problèmes de mathématiques où apparaît la récurrence. Enfin, APL et Logo sont tels qu'ils permettent à l'usager de penser en termes de structures complètes de données, soient les tableaux en APL et les listes en Logo.

Du point de vue de la gestion de la mémoire, ces deux langages permettent d'emmagasiner dans un même espace de travail plusieurs fonctions et variables, ce qui élimine la nécessité des accès fréquents aux fichiers. L'allocation de mémoire se fait automatiquement, sans intervention de la part de l'usager, c'est-à-dire que celui-ci n'a pas à déclarer la dimension des objets qu'il va définir; de plus, elle se fait de façon dynamique, l'espace alloué variant suivant que des objets sont créés ou détruits. À n'importe quel moment, le contenu entier de l'espace de travail peut être envoyé sur fichier, et ramené, modifié ou détruit suivant les besoins.

Toutes ces caractéristiques font de Logo et d'APL des langages puissants, très riches du point de vue cognitif, et dont chacun est compatible avec une grande variété de domaines de problèmes. Cependant, ces langages diffèrent au niveau de la simplicité.

Comme APL n'était au départ qu'une notation permettant d'exprimer des problèmes de mathématiques appliquées, son vocabulaire contient un grand nombre de primitives conçues spécifiquement pour traiter les modèles linéaires. Cependant, cette notation, qui par ailleurs nécessite un clavier spécial, a rebuté plus d'un usager potentiel. À cause de l'absence de similitudes avec les langues naturelles, la mémorisation des diverses commandes ne peut s'appuyer sur des schèmes pré-existants, et la lecture d'un programme est ardue. Une équipe de l'Université du Delaware écrit présentement une version modifiée qui éliminerait les difficultés de notation de l'APL, ce qui témoigne à la fois de l'intérêt de ce langage et des difficultés qu'il présente sous sa forme actuelle.

Par contre, Logo est un langage simple, dérivé du langage LISP créé vers la fin des années 50 par John McCarthy pour les besoins de l'intelligence artificielle. Son vocabulaire et sa grammaire présentent des

ressemblances avec les langues naturelles. Sa version française utilise avec leur sens usuel plusieurs mots qui sont déjà familiers à l'étudiant, si bien que celui-ci peut communiquer avec l'ordinateur dès qu'il a appris les premières commandes.

Le nombre réduit de primitives mathématiques existant dans le vocabulaire de base de Logo est compensé par la facilité avec laquelle on peut créer de nouvelles fonctions, transformant ainsi l'ordinateur en une machine adaptée virtuellement aux besoins les plus variés. La solution d'un problème complexe peut ainsi être obtenue par la composition de procédures considérées comme des fonctions à une ou plusieurs variables.

Les premières versions de Logo[1] ne permettaient pas de travailler avec les fonctions exponentielles ou logarithmiques, sinon au prix d'un sacrifice de mémoire assez important. De nouvelles versions tournant sur des appareils dotés de plus de mémoire[2], le permettent maintenant, tout en offrant plus de puissance et de précision dans les calculs. C'est pourquoi il ne faut pas se laisser méprendre par la forme anthropomorphique de ce langage, choisie délibérément par Papert pour permettre d'initier de très jeunes enfants à l'ordinateur: les possibilités de Logo ne sont pas limitées à répondre aux besoins de l'éducation primaire, ainsi que commencent à s'en rendre compte ses usagers de plus en plus nombreux.

Conformément aux besoins ressentis dans le domaine de l'éducation mathématique de niveau collégial, et à l'expertise actuelle en matière d'apprentissage par la programmation, nous avons cherché, au début de ce projet, un langage simple et puissant qui favoriserait à la fois l'exploration des mathématiques, et la maturation des structures mentales, tout en apportant un complément à la culture informatique de l'étudiant. La simplicité mise à part, APL et Logo paraissaient offrir de telles garanties.

---

(1) celles tournant sur Apple, par exemple.

(2) IBM et ses compatibles, par exemple.

Cependant APL étant d'une applicabilité réduite aux mathématiques, et même plutôt à l'algèbre linéaire et aux statistiques[1], le choix s'est arrêté sur Logo, qui, en plus d'être applicable à l'apprentissage de la géométrie, du calcul, de l'algèbre et de la logique symbolique, est également récupérable pour l'apprentissage d'autres disciplines, comme la physique ou la linguistique, pour ne citer que celles-là.

1.3 APPRENTISSAGE DU CALCUL PAR LA PROGRAMMATION

1.3.1 Recherche antérieure

Une recherche sur l'enseignement et l'apprentissage de la notion de limite par la programmation en Logo, menée au Collège de Sherbrooke à la session d'été 84, avait permis de vérifier qu'il est possible de recourir à la programmation en Logo pour enseigner et apprendre une notion de calcul. (Thibault-Giard, 1985). Les principales conclusions de cette recherche étaient les suivantes:

1. L'ordinateur crée un environnement plus riche pour l'apprentissage des mathématiques. L'exploration active de cet environnement devrait permettre à l'apprenant d'accumuler une expérience sur laquelle il pourra appuyer son intuition, procédant ainsi de façon inductive vers la connaissance des idées fondamentales en mathématiques.

2. L'apprentissage de la programmation introduit une difficulté supplémentaire dans le cours de calcul. Cependant, cette difficulté est compensée quelque peu par l'attrait que la programmation apporte à ce cours, et elle pourrait devenir négligeable dans un avenir assez rapproché, si les programmes d'initiation à l'informatique aux niveaux primaire et secondaire remplissent leurs promesses. Toutefois l'apprentissage de la programmation fait surgir de nouvelles priorités quant aux «basic skills» à acquérir.

---

(1) Selon le rapport Meynard, APL aurait été expérimenté puis abandonné comme langage de programmation dans plusieurs collèges entre 1972 et 1979.

3. Le développement de l'apprentissage par la programmation dépendra dans l'avenir des possibilités d'achat d'équipement, de la mise au point de ressources pédagogiques et didactiques et des occasions de perfectionnement mises à la disposition des enseignants.

4. Le rôle traditionnel du maître comme transmetteur de connaissances toutes faites est modifié dans l'environnement d'apprentissage créé par l'ordinateur, mais son importance n'est en rien diminuée.

À l'issue de cette expérimentation, le présent projet de recherche a été mis sur pied, visant à étendre cette démarche à l'ensemble du cours de calcul.

1.3.2 Projet de recherche

L'objectif général de ce projet était d'examiner les différentes possibilités offertes par la programmation en Logo pour enseigner et apprendre le calcul, et d'étudier les résultats d'une telle approche, en rapport avec la formation de l'étudiant.

Afin d'atteindre cet objectif général, on avait retenu les trois objectifs spécifiques suivants:

1. Construire une démarche qui permette d'actualiser l'enseignement et l'apprentissage du calcul, c'est-à-dire une démarche qui permette de proposer aux étudiants des activités correspondant mieux aux besoins actuels et futurs des individus et de la société, et qui tienne compte des changements apportés par l'ordinateur aux façons de faire et d'utiliser les mathématiques.

2. Etudier les diverses caractéristiques de cette démarche d'enseignement et d'apprentissage, en particulier son influence sur la formation intellectuelle et mathématique de l'étudiant et sur ses attitudes envers les mathématiques.

3. Préciser les conditions d'opérationnalisation de ce modèle, c'est-à-dire faire connaître les modalités de son intégration au système actuel.

La justification des objectifs de ce projet a déjà été amplement abordée au cours de l'exposé de la problématique. Qu'on le veuille ou non, l'ordinateur existe et occupe ou occupera bientôt une place telle que l'enseignement ne pourra plus se permettre de l'ignorer, comme objet ni comme outil.

L'atteinte des objectifs de ce projet commanda trois étapes. La première consista en une recherche didactique au cours de laquelle, à partir des besoins identifiés dans et par le milieu, on formula les objectifs de ce qui pourrait être une nouvelle approche du cours de calcul. Puis on examina à la lumière de ces objectifs, le contenu du cours tel que spécifié par les programmes de 1977, et on étudia la possibilité d'utiliser l'ordinateur pour l'apprentissage de certaines notions. On réussit de cette façon à élaborer des activités structurées autour de l'exploration des concepts et de l'acquisition des connaissances et habiletés visées par le contenu officiel, mais tenant compte des nouvelles orientations choisies. Enfin on établit une stratégie d'enseignement et on mit au point des instruments d'évaluation.

Cette étape fut suivie d'une expérimentation en situation de classe qui permit de recueillir les données nécessaires à l'atteinte des deux derniers objectifs. Au cours de cette période, on proposa aux étudiants d'un groupe expérimental la démarche d'apprentissage élaborée précédemment, et à ceux d'un groupe témoin la démarche traditionnelle. Le cheminement de ces deux groupes d'étudiants fut évalué au moyen d'examens périodiques. On observa également leurs comportements en situation d'apprentissage au moyen d'une grille d'observation bâtie à cet effet, et on analysa l'évolution de leurs attitudes envers les mathématiques à l'aide d'une échelle préexistante.

La dernière étape consista, comme il se doit, à analyser les données recueillies au cours de l'expérimentation, afin d'évaluer l'atteinte des objectifs poursuivis par cette démarche d'apprentissage, et de dégager les conditions nécessaires à son implantation dans le système actuel.

Comme on le constate, cette recherche était de type exploratoire. On ne devra donc pas s'attendre à trouver dans ce rapport, la vérification d'hypothèses strictement expérimentales, et ceci pour deux raisons. D'une part, le but premier de cette recherche était de créer de toutes pièces une démarche d'enseignement et d'apprentissage du calcul, puis de l'expérimenter. A notre avis, il eût été prématuré de poser en même temps des hypothèses visant à l'évaluer. D'autre part, il n'existe pas actuellement, à notre connaissance, d'instruments standardisés utilisables pour mesurer les performances en mathématiques au niveau collégial québécois. Toute recherche qui se lancera dans cette direction devra donc au préalable créer, ou du moins standardiser ses propres instruments, ce qui dépassait le cadre de ce projet.

Il est difficile de prévoir les retombées de cette recherche. La communication de résultats préliminaires a permis de détecter dans le milieu un intérêt certain pour une démarche d'enseignement et d'apprentissage du calcul basée sur la programmation. Cependant, à l'issue de ce projet, nous ne pouvons que souhaiter que cette approche soit reprise et expérimentée par plusieurs dans des milieux divers, afin qu'on puisse cerner de façon de plus en plus précise, la véritable contribution que l'ordinateur est susceptible d'apporter dans ce domaine.

La démarche élaborée au cours de cette recherche n'a pas la prétention de couper tous les ponts avec le passé, mais plutôt de chercher à déterminer le point d'équilibre entre les habiletés conventionnelles, la compréhension des concepts et la capacité à résoudre des problèmes qu'il serait souhaitable d'atteindre dans le nouvel environnement technologique.

CHAPITRE 2

UNE DÉMARCHE D'ENSEIGNEMENT ET D'APPRENTISSAGE PAR LA PROGRAMMATION

2.1 LE COURS DE CALCUL

2.1.1 Objectifs à long terme

On a dit du calcul infinitésimal qu'il est la porte d'entrée des mathématiques supérieures. En effet, tous les programmes d'études secondaires sont orientés vers l'acquisition des préalables nécessaires à l'apprentissage du calcul, et tous les curricula post-secondaires comportant des sciences ou des mathématiques, font usage des techniques du calcul.

Au niveau collégial québécois, le cours intitulé Calcul différentiel et intégral I, portant le numéro 201-103-77 dans les Cahiers de l'Enseignement collégial, est le premier de trois cours de calcul. Le cours de Calcul I fait partie du profil obligatoire de la clientèle du secteur général, orientations Sciences pures, Sciences de la Santé, Sciences administratives et Sciences humaines avec mathématiques, ainsi que de celle du secteur professionnel de plusieurs spécialités des Techniques physiques et administratives. Il est de loin le cours de mathématiques ayant la clientèle la plus nombreuse.

À quoi tient cette importance du calcul dans les programmes de formation? D'abord et avant tout à l'étendue de ses applications. Les outils fondamentaux du calcul que sont la dérivée et l'intégrale ont été inventés pour résoudre des problèmes pratiques. Mais alors que les méthodes du calcul sont appliquées depuis plus de trois siècles en sciences et en génie, ce n'est que récemment qu'on a reconnu l'efficacité des mêmes méthodes dans des domaines aussi variés que les sciences humaines et sociales, l'économie ou l'architecture.

D'autre part, on sait que plus de 2000 ans se sont écoulés entre la formulation des premiers problèmes de calcul et la définition rigoureuse de ses fondements. Les mathématiciens grecs furent les premiers à s'attaquer à la mesure des aires et des volumes délimités par des lignes et des surfaces

courbes. Pressentant la notion de limite, ils n'effectuèrent jamais le saut dans l'infini que nécessite la définition de cette notion, et durent se contenter d'approximations obtenues au moyen de la méthode d'exhaustion. Si l'on excepte les mathématiciens arabes qui reprirent certaines de ces idées sans toutefois cheminer beaucoup plus loin, il fallut attendre plus de seize siècles avant que ne soient formulés les problèmes inverses de construction de la tangente à une courbe, de détermination des trajectoires curvilignes et de calcul des extrema d'une fonction. Au XVIIè siècle, Newton et Leibniz mirent au point des techniques de calcul de la dérivée et de l'intégrale et démontrèrent à peu près simultanément, mais indépendamment l'un de l'autre, le théorème fondamental du calcul intégral. Pendant les deux siècles suivants, on assista à une véritable éclosion des méthodes infinitésimales qui culminèrent dans les définitions formelles de la dérivée, de la limite et de l'intégrale, par Cauchy et Weierstrass. L'étude du calcul apporte donc aux étudiants un aperçu sur des concepts dont l'élaboration représente 2000 ans d'efforts et de maturation. Elle est l'occasion idéale pour eux de relier les mathématiques à l'histoire de la pensée humaine.

Mentionnons en dernier lieu que le calcul permet une synthèse des concepts et des méthodes relevant d'autres branches des mathématiques. Dans pratiquement chaque problème de calcul, l'étudiant doit analyser les propriétés d'une fonction et de son graphe, manipuler des expressions algébriques et trigonométriques, et appliquer les méthodes de la géométrie analytique. De l'avis de plusieurs professeurs, le calcul occupe une place importante dans le curriculum parce qu'il permet de renforcer et d'étendre la connaissance qu'a l'étudiant des autres branches des mathématiques.

2.1.2 Objectifs terminaux

On peut probablement affirmer que les objectifs terminaux d'un cours, c'est-à-dire les objectifs à atteindre à la fin de ce cours, résultent en grande partie du contenu lui-même du cours, de la clientèle à laquelle le cours est offert et de l'esprit qui anime les programmes.

D'après les Cahiers de l'Enseignement collégial 83-86, le contenu du cours de Calcul I est le suivant:

Limite
Fonctions algébriques (on n'étudie que les limites des fonctions algébriques)
Limites à gauche et à droite (graphiquement seulement)
Existence et unicité (intuitivement)
Notation (on introduit «lim» comme notation, sans définition théorique)

Dérivée
(contenu basé sur les fonctions algébriques et transcendantes)
Note historique, définition
Existence et unicité
Propriétés et calcul
Taux de variation, croissance, décroissance, extrema, optimisation
Construction de courbes (sans asymptotes obliques)
Étude intuitive de la discontinuité
Différentielles

Anti-Dérivation
Recherche de fonctions dont la dérivée répond à certaines conditions
Théorème fondamental du calcul intégral
Calcul d'aires pour des fonctions simples.

Ce contenu doit être couvert en 75 heures de cours, à raison de 3 heures de cours théoriques et 2 heures de travaux pratiques par semaine. Sont également prévues 3 heures de travail personnel hebdomadaires qui doivent permettre à l'étudiant d'assimiler la matière vue, et de préparer les cours à venir.

Ce contenu défini en 1977 présente un allégement par rapport aux programmes antérieurs, lesquels insistaient davantage sur les notions théoriques, la démonstration des théorèmes et l'étude des fonctions trigonométriques et de leurs inverses.

Comme on le constate, ce programme plutôt laconique ne contient aucune spécification quant à la méthodologie ou à un niveau critère de performance. Il est souvent interprété par les Départements de Mathématiques comme un minimum que plusieurs professeurs n'hésiteront pas à compléter suivant le potentiel des étudiants qui leur seront confiés.

La clientèle du cours de Calcul I est très diversifiée; les étudiants qu'on y retrouve peuvent être classés en deux catégories: ceux des Sciences humaines et de la plupart des spécialités professionnelles[1] et ceux des Sciences pures, Sciences de la Santé et Sciences administratives.

Pour les premiers, le cours 103 est un cours terminal. Il est donc important de faire en sorte qu'à la fin de ce cours, les étudiants aient maîtrisé les outils que sont la dérivée et l'intégrale qu'ils réutiliseront par la suite dans d'autres cours de mathématiques (pour le calcul des probabilités, par exemple) ou dans des cours reliés à leur spécialité, au collège ou à l'université.

Par contre, pour les étudiants en sciences, le cours 103 sera obligatoirement suivi du cours 203 (Calcul II) et même, au choix, du cours 303 (Calcul III) qui pousseront plus avant l'étude du calcul infinitésimal et prépareront l'étudiant aux programmes universitaires où ces notions

---

(1) Depuis septembre 85, on a remplacé dans les programmes d'Électrotechnique et de Techniques de systèmes ordinés, la séquence 102-103-203 par les cours 171 et 271, qui sont censés assurer l'acquisition des connaissances en mathématiques appliquées et en calcul nécessaires à ces spécialités.

seront reprises et appliquées. A prime abord, il semblerait justifié de dépasser avec ces étudiants le niveau des connaissances intuitives et techniques, afin de leur permettre d'acquérir des bases théoriques plus solides. Cependant, le principe de la polyvalence des cours, inscrit au coeur du régime pédagogique, ne permet pas, du moins en théorie, de tels ajustements aux besoins des diverses orientations ou spécialités.

Mais quels sont, au juste, les objectifs officiels du cours de Calcul différentiel et intégral I ? Bien malin qui pourrait le dire, puisque dans les Cahiers de l'enseignement collégial on n'en retrouve aucun ! Il faut donc se référer au paragraphe traitant des objectifs de l'enseignement de la mathématique au collégial. On y lira que «l'objectif premier (...) est de rendre l'élève apte à mathématiser des situations concrètes.» Ceci implique que l'élève devra acquérir des connaissances mathématiques de façon à pouvoir «reconnaître, à travers une situation concrète, la théorie mathématique qui s'y applique, interpréter au niveau de la situation concrète les résultats obtenus dans la théorie, et étendre l'application de la théorie à de nouvelles situations concrètes.»

Cet objectif qui, on en conviendra, serait tout aussi approprié à l'enseignement de niveau primaire ou secondaire, est le premier,...et le seul! On ne s'étonnera donc pas du fait que les objectifs terminaux du cours 103 sont souvent inexistants dans les plans de cours et que les exigences pratiques varient d'un professeur et d'un collège à l'autre.

2.1.3 Objectifs d'apprentissage

Afin de tracer une image plus précise de ce en quoi consiste réellement le cours de Calcul I dispensé dans les collèges, cette recherche a analysé les objectifs d'apprentissage contenus sous forme implicite ou explicite dans les divers documents (plans de cours, préparation à l'examen, examens,...) rédigés par les professeurs pour les besoins de l'enseignement,

de l'apprentissage et de l'administration. L'échantillon examiné comprenait l'ensemble des documents conservés par le Département de Mathématiques du Collège de Sherbrooke depuis 1977 (date des derniers changements de programmes). Comme le professeurs des collèges profitent d'échanges réguliers au sein du Comité pédagogique chargé de la coordination provinciale en mathématiques, et comme ce sont les mêmes quatre ou cinq volumes qui ont servi ou servent partout de manuels de classe, on peut présumer que les résultats de cette analyse donnent une image assez fidèle de ce que peut être le cours de Calcul I dispensé dans les collèges du Québec.

Pour les fins de cette analyse, nous avons utilisé la taxonomie de Gagné (1977), lequel classe les résultats possibles de l'apprentissage en cinq catégories, selon la nature de la capacité apprise. Voici la liste des catégories, ainsi qu'une brève description des capacités qu'elles représentent:

1. Information verbale: énumérer des noms, énoncer des faits, des propositions, et connaître leur signification.

2. Habiletés intellectuelles: démontrer l'application de règles symboliques à des objets spécifiques, soit plus particulièrement:
   - discriminer des concepts concrets ou les identifier par leur nom;
   - classifier des concepts en utilisant une définition;
   - démontrer la compréhension d'une règle, formellement ou en l'appliquant;
   - générer une solution à un problème.

3. Stratégies cognitives: contrôler ou modifier ses propres processus internes de pensée et d'apprentissage, par exemple:
   - découvrir de nouveaux besoins, et des moyens de les réduire;
   - faire des inférences, inventer des stratégies;
   - transférer des habiletés d'un domaine de problème à un autre;
   - approcher par combinatoire tous les cas possibles;
   - découvrir de nouvelles relations, de nouveaux problèmes.

4. Attitudes: développer des attitudes qui résulteront en des prises de décisions personnelles.

5. Habiletés motrices: exécuter des mouvements musculaires précis, coordonnés vers l'atteinte d'un but ou la fabrication d'un produit.

Les trois premières catégories recouvrent les activités reliées au domaine cognitif, de l'ordre inférieur vers l'ordre supérieur, la quatrième, le domaine affectif et la dernière, le domaine moteur. Chacune de ces catégories peut être développée en sous-catégories auxquelles on peut rattacher tous les comportements quelconques susceptibles de résulter de l'apprentissage, ainsi que le montre la liste non exhaustive qui apparaît plus haut. La taxonomie de Gagné a été retenue pour les fins de cette recherche à cause de sa simplicité et de sa relation évidente avec la classification des processus mentaux utilisée le plus couramment dans les théories de l'apprentissage.

Le tableau 3 présente les résultats de cette analyse des objectifs d'apprentissage.(1) On trouvera ceux-ci dans la colonne de gauche, énoncés tels qu'on les retrouve dans les documents étudiés, et non selon la formulation en cinq composantes privilégiée par Gagné. Dans la colonne de droite, on lira la catégorie à laquelle ils appartiennent, selon la taxonomie retenue.

---

(1) On aura compris qu'il ne s'agit pas des objectifs contenus dans un seul document, mais d'une synthèse des éléments communs à l'ensemble des documents.

Tableau 3 : Classification des objectifs d'apprentissage du cours de Calcul I

OBJECTIFS	CLASSIFICATION
PREALABLES	
1. Connaître les systèmes de nombres, les opérations et leurs propriétés.	I.V.
2. Effectuer des calculs sur des quantités affectées d'exposants réels.	H.I. (règle)
3. Appliquer les algorithmes de manipulation des expressions algébriques (opérations, factorisation, simplification,...)	H.I. (règle)
4. Résoudre des équations et des inéquations du 1^{er} et du 2^{e} degré.	H.I. (résol. prob.)
5. Connaître la notion de fonction, de domaine.	I.V.
6. Identifier et classifier les fonctions.	H.I. (concepts concrets, concepts définis)
7. Déterminer le domaine d'une fonction.	H.I. (résol. prob.)
8. Calculer et interpréter géométriquement la pente d'une droite.	H.I. (règle)
9. Tracer les graphes des fonctions linéaire, quadratique et valeur absolue.	H.I (résol. prob.)
LIMITE	
10. Comprendre la notion de limite de façon intuitive.	?
11. Trouver, à partir du graphe, la limite à gauche, limite à droite, limite d'une fonction en un point.	H.I. (concept défini)
12. Énoncer la définition formelle en ε, δ de la limite.	I.V.
13. Calculer la limite d'une fonction continue	H.I. (règle)
14. Vérifier, à l'aide de la définition, qu'un nombre est la limite d'une fonction en un point.	H.I. (règle)

Tableau 3: Classification des objectifs d'apprentissage du cours de Calcul I. (suite)

15. Déterminer si une fonction a des limites infinies.	H.I. (règle)
16. Étudier le comportement à l'infini d'une fonction.	H.I. (règle)
17. Lever les indéterminations de la forme $\frac{0}{0}$, $\frac{\infty}{\infty}$, $0.\infty$ et $\infty - \infty$.	H.I. (résol. prob.)
CONTINUITE	
18. Énoncer les trois conditions de la continuité.	I.V.
19. Identifier les discontinuités d'une fonction.	H.I. (concept défini)
DÉRIVÉE	
20. Calculer et interpréter géométriquement les taux de: - variation moyen d'une fonction sur un intervalle. - variation instantanée d'une fonction en un point.	H.I. (règle)
21. Déterminer la fonction dérivée, et la dérivée en un point d'une fonction, au moyen de la définition de la dérivée.	H.I. (règle)
22. Établir les règles de dérivation d'une fonction, à partir de la définition.	H.I. (résol. prob.)
23. Dériver les fonctions algébriques au moyen des règles de dérivation.	H.I. (résol. prob.)
24. Évaluer et interpréter géométriquement la dérivée d'une fonction en un point.	H.I. (règle)
INTÉGRALE	
25. Déterminer les primitives des fonctions simples.	H.I. (résol. prob.)
26. Énoncer le théorème fondamental du calcul intégral.	I.V.

Tableau 3: Classification des objectifs d'apprentissage du cours de Calcul I. (suite)

APPLICATIONS	
27. Calculer les intervalles de croissance et de décroissance, les maxima et minima relatifs et absolus d'une fonction, au moyen du signe de la dérivée première.	H.I. (concept défini et règle)
28. Calculer les intervalles de concavité et les points d'inflexion d'une fonction au moyen du signe de la dérivée seconde.	H.I (C. D et règle)
29. Identifier les asymptotes horizontales et verticales d'une fonction en utilisant le calcul des limites. Construire la courbe d'une fonction selon une marche à suivre déterminée.	H.I. (règle) H.I. (résol. prob.)
30. Construire un modèle mathématique représentant une situation concrète décrite dans un énoncé.	Stratégie cognitive (modélisation)
31. Établir l'équation et tracer le graphe de la tangente à la courbe d'une fonction en un point déterminé par ses coordonnées, ou par certaines conditions.	H.I. (résol. prob.)
32. Approximer une fonction au moyen de sa différentielle.	H.I. (règle)
33. Calculer les aires délimitées par des fonctions simples.	H.I. (règle)

Que nous apprend cette analyse?

D'abord et avant tout, que les objectifs d'apprentissage respectent le contenu officiel du cours. Les thèmes abordés en classe sont conformes aux prescriptions des programmes et l'on a vu que l'enseignement déborde parfois

de ce cadre en conservant des items (définition formelle de la dérivée, calcul du $\delta(\varepsilon)$) qui ne sont plus au programme, ou en exigeant des performances supérieures au minimum (démontrer les règles de dérivation). Si l'on reprend les résultats du sondage sur les buts atteints par l'éducation mathématique à la lumière de cette analyse, on ne se surprendra pas d'y trouver mentionnés aux premiers rangs, la consolidation des notions vues au secondaire et l'acquisition des connaissances prévues dans les programmes et exigées comme préalables aux cours universitaires. Effectivement, à la fin du cours, les étudiants qui ont réussi savent manipuler des expressions algébriques, dériver et utiliser la dérivée dans des applications simples.

Cependant, cette analyse confirme également que les objectifs d'apprentissage retenus ne favorisent particulièrement ni le développement intellectuel ni l'acquisition d'une méthode de travail personnelle et efficace. Le tableau 4 présente la répartition de ces objectifs dans les diverses catégories de la taxonomie de Gagné.

Tableau 4: Répartition des objectifs d'apprentissage du cours de Calcul I

CATEGORIES	NOMBRE D'OBJECTIFS	POURCENTAGE
Information verbale	5	14%
Habiletés intellectuelles	30	83%
- Concepts concrets	1	3%
- Concepts définis	5	14%
- Règles	15	41%
- Résolution de problèmes	9	25%
Stratégies cognitives	1	3%
Attitudes	0	0%
Habiletés motrices	0	0%
Total *	36	100%

* Le total dépasse le nombre d'énoncés, car certains énoncés contiennent plus d'un objectif.

On constate que la très grande majorité des objectifs (83%) visent bien le développement des habiletés intellectuelles nécessaires à l'utilisation des définitions et surtout à l'application de règles, mais que peu atteignent le niveau supérieur de la résolution de problèmes, et qu'un seul objectif fait vraiment appel à une stratégie cognitive.

D'autre part, si on examine de plus près les problèmes qui sont proposés aux étudiants par les principaux manuels en usage (1), on constate deux choses: d'abord, que les situations décrites par ces problèmes n'ont rien à voir avec les situations de la vie courante familières à l'étudiant, et que leur solution requiert à peu près toujours l'emploi de la même marche à suivre. En conséquence, à l'issue de ce cours, les étudiants sont mieux équipés pour reproduire les solutions apprises aux cours, que pour générer leurs propres solutions. De plus, il y a bien peu de chances que les acquis favorisent chez l'étudiant le développement d'attitudes qui le porteraient à appliquer à des besoins courants, les méthodes et les techniques du calcul.

Cette analyse mène à la conclusion que les objectifs d'apprentissage généralement retenus pour le cours 103, ne garantissent pas l'atteinte de l'objectif «premier» de l'enseignement des mathématiques énoncé dans les Cahiers de l'Enseignement Collégial, parce qu'ils n'assurent pas que l'étudiant augmentera sa capacité à résoudre des problèmes et transférera à d'autres domaines ses connaissances et habiletés acquises au cours de calcul. Il est également évident que ces objectifs ne tiennent pas compte non plus des priorités retenues dans le cadre de cette recherche pour l'éducation mathématique de niveau collégial, suite aux attentes exprimées par le milieu.

---

(1) On retrouvera les titres de ces volumes dans la section des références.

2.2 VERS L'INTÉGRATION DE L'ORDINATEUR

L'analyse précédente avait fait ressortir que les apprentissages résultant du cours 103 relèvent principalement de l'information verbale et de l'application de définitions et de règles, ce qui assure l'acquisition des contenus du programme, mais qu'ils sont peu orientés vers le développement d'habiletés intellectuelles d'ordre supérieur tel que souhaité par diverses instances. À la suite de ce constat, on s'attaqua donc à l'élaboration d'une nouvelle approche de l'enseignement et de l'apprentissage du calcul qui permettrait de mieux répondre aux besoins identifiés précédemment. La première étape fut de définir les objectifs qui seraient visés par cette démarche.

2.2.1 Définition des objectifs

Les objectifs à long terme de l'enseignement et de l'apprentissage du calcul furent endossés tels quels. Il est dans la nature même du calcul de permettre la synthèse des connaissances mathématiques et leur application dans plusieurs domaines de l'activité humaine et de donner à l'étudiant l'occasion de relier les mathématiques à l'évolution de la pensée.

Pour une bonne partie des étudiants exposés à l'apprentissage du calcul, les cours subséquents, qu'ils soient reliés aux sciences de la nature ou de l'administration, aux sciences humaines, au génie ou à la technologie, feront référence aux notions élémentaires du calcul, et c'est sur les connaissances acquises à ce cours qu'on appuiera l'acquisition des nouvelles connaissances. Rappelons à ce sujet que l'une des premières questions posées lors de la présentation de ce projet de recherche fut la suivante: «Oui mais, ordinateur ou pas, à la fin de ce cours, les étudiants sauront-ils dériver sin x ?»

Ce qui est moins certain, c'est que les étudiants réutiliseront, pour résoudre les problèmes concrets qui se poseront dans leur spécialité, les habiletés telles que développées au cours de calcul. Dans quel cas auront-ils à trouver les valeurs critiques de la dérivée de la fonction $y = x\sqrt[4]{\sqrt[7]{\frac{x+1}{x-1}}}$?

On a mentionné plus haut qu'il existe déjà sur micro-ordinateur des logiciels permettant le calcul arithmétique rationnel, le calcul algébrique ainsi que la dérivation et l'intégration formelles. Avant peu, toutes ces fonctions seront disponibles sur les calculatrices de poche. Devrons-nous défendre l'utilisation de ces calculatrices, de façon à protéger pour quelque temps encore nos sujets d'enseignement, ainsi qu'on le fit lorsque apparurent les calculatrices donnant les fonctions trigonométriques et logarithmiques, (en prévision des pannes d'électricité?) ou ne devons-nous pas plutôt accueillir ces nouveaux outils et libérer l'étudiant de l'obligation d'atteindre un niveau élevé de performance dans des opérations routinières que l'on peut désormais faire accomplir par la machine ? Ceci aurait l'avantage de permettre aux étudiants, dont le très grande majorité ne seront pas de toutes façons des utilisateurs du calcul, de consacrer une plus grande partie de leur temps et de leurs efforts, à des activités plus rentables sur le plan épistémologique.

Afin de favoriser chez les éudiants l'acquisition de connaissances, de techniques et d'habiletés réutilisables, nous avons donc retenu comme objectifs terminaux du cours de Calcul I, les objectifs suivants:

1. Information: assurer l'acquisition des concepts spécifiés par le programme officiel. Quelle que soit la démarche adoptée, la limite, la dérivée, l'intégrale et leurs applications constituent les notions fondamentales d'un premier cours de calcul. On ne doit toutefois pas écarter la possibilité que l'importance de certaines notions comme par exemple la différentielle, soit diminuée dans un premier cours de calcul, pour faire place à d'autres notions qui étaient jusque-là peu abordées (on pense à l'approximation, par exemple).

2. Habiletés intellectuelles:

   a) application de définitions et de règles: assurer l'acquisition d'habilités minimales. On comprend qu'il serait un handicap pour les étudiants de ne pas pouvoir effectuer les opérations fondamentales de dérivation et d'intégration des fonctions simples, ou des fonctions qui permettent d'éclairer de; points théoriques importants. Cependant, on laissera de côté les cas nécessitant des manipulations complexes, ce qui évitera de consacrer beaucoup de temps de classe à des exercices répétitifs. (On reconnaît ici que la détermination du niveau de performance minimal acceptable est une question ouverte).

   b) résolution de problèmes: augmenter la capacité de l'étudiant à résoudre des problèmes. La récupération d'une partie du temps habituellement consacré à la maîtrise de techniques relevant de l'algèbre permettra de proposer à l'étudiant des situations qui lui donneront accès à la véritable résolution de problèmes. Plutôt que de lui proposer des activités dans lesquelles il n'a qu'à appliquer une marche à suivre pré-déterminée, on tentera de lui soumettre des problèmes pour lesquels il devra décider de lui-même quelles règles il doit appliquer, faire la synthèse des règles enseignées et même découvrir de nouvelles règles. Résoudre un problème doit obliger l'étudiant à générer une solution et non simplement à reproduire des solutions toutes faites.

3. Stratégies cognitives: favoriser le recours aux diverses stratégies cognitives. Il est parfois difficile de distinguer les activités reliées à la résolution de problèmes, de celles qui impliquent l'emploi de stratégies cognitives, et il n'existe pas non plus de liste «complète» de telles stratégies. Cependant, on peut affirmer que l'étudiant utilise des stratégies cognitives lorsqu'il a recours à des processus qui modifieront à la longue ses façons de penser et d'apprendre. Parmi les stratégies cognitives élémentaires, on peut mentionner toutes les procédures systématiques qui consistent à décomposer, à analyser, à dénombrer, à hiérarchiser, à modéliser et à synthétiser. Des stratégies plus évoluées permettront d'identifier des besoins, de découvrir ou d'inventer des moyens de les réduire, de faire des inférences, de transférer à un autre domaine des habiletés acquises, d'énoncer de nouvelles relations et de nouveaux problèmes. De façon générale, les stratégies cognitives font appel à l'imagination, à l'invention, à la créativité. C'est là un domaine particulièrement inexploité par l'enseignement scolaire, et c'est dans ce domaine que la démarche veut innover.

4. Attitudes: favoriser le développement d'attitudes qui porteront l'étudiant à utiliser les connaissances et habiletés mathématiques acquises. Le moyen le plus efficace pour y arriver serait probablement de présenter à l'étudiant des activités dans lesquelles sont mathématisées des situations de la vie courante, selon le voeu des responsables de la mathématique au niveau collégial. Ceci n'est pas toujours facile, toutefois, car les situations concrètes sont souvent à l'opposé des modèles simplistes qui sont à la portée des néophytes en calcul. Par contre, il est possible de construire des activités qui pourraient avoir pour effets d'augmenter la confiance de l'étudiant en ses propres capacités à faire et à utiliser les mathématiques, et de le convaincre de l'utilité et de l'applicabilité de celles-ci.

Ces objectifs sont encore d'ordre très général. Il est évident que la suite de ces travaux de recherche devra permettre de définir des objectifs d'apprentissage spécifiques, à partir desquels des instruments d'évaluation adéquats pourront être construits.

2.2.2 Identification des ressources et des contraintes

Après avoir défini les objectifs visés par l'intégration de la programmation en Logo à l'enseignement et à l'apprentissage du calcul, on procéda à l'identification des ressources didactiques, matérielles et humaines disponibles, ainsi que des contraintes limitant leur utilisation. On trouvera un résumé de cet inventaire au tableau 5.

Cet inventaire ne permit pas de trouver, ni sur le marché québécois ni sur les marchés américains ou français, de volume intégrant la programmation à l'apprentissage du calcul élémentaire. De plus, parmi les livres présentant le langage Logo, un seul (Abelson, diSessa, 1981) était relié spécifiquement aux mathématiques, mais non au calcul, et à des sujets correspondant plutôt à notre niveau universitaire.

Devant l'impossibilité de rédiger dans le cadre de cette recherche, des notes de cours qui auraient couvert l'ensemble du cours de Calcul I selon l'approche désirée, on choisit donc de recommander aux étudiants le matériel didactique suivant:

- un fascicule d'introduction à Logo et au calcul différentiel, intégrant l'apprentissage de Logo aux rappels sur les notions préalables au calcul, rédigé antérieurement à cette recherche (Thibault-Giard, 1985).
- le manuel d'Introduction au Calcul différentiel et intégral de Leblanc-Baillargeon-Rainville (1979), retenu surtout parce qu'il présentait de nombreux problèmes reliés au domaine économique et que les étudiants impliqués dans l'expérimentation étaient de la spécialité Techniques administratives.

Tableau 5: Inventaire des ressources et des contraintes

	Ressources	Contraintes
DIDACTIQUES	1) Principaux manuels de calcul en usage dans les collèges: Charron-Parent Leblanc-Baillargeon-Rainville Ouellet Mathécrit Schaum	pas d'affinité particulière avec l'approche par la programmation.
	2) Stroyan - Computer Laboratory Manual for Calculus & Algebra	américain, BASIC
	3) Volumes sur langage Logo Abelson (Le Logo sur Apple) Regourd, Testard-Vaillant (Programmer en Logo) Abelson, diSessa (Turtle Geometry)	approche générale de Logo américain, approche de Logo centrée sur les maths, peu sur le calcul, niveau universitaire.
	4) Manuels de technologie éducative.	
MATÉRIELLES	1) Laboratoire 18 micros Apple IIe, 64K, 16 moniteurs noir et blanc, 2 couleurs, 18 lecteurs de disque doubles, 12 imprimantes.	disponible 4h/semaine janvier - mai 85
	2) 1 micro Apple IIe, 64K, 1 moniteur noir et blanc, 1 lecteur de disque double.	prêté oct.84-mai 85
	3) 2 disquettes Logo, version française LCSI	
	4) 1 micro Apple monté sur chariot	
	5) local de classe avec tableau, pour cours théoriques	5h./sem. janv.-mai 85
	6) amphithéâtre: 120 place, pour examens communs.	4 sessions de 3h janv.-mai 85.
HUMAINES	1) 2 professeures de maths, dont 1 responsable de l'enseignement, 1 responsable de la recherche.	
	2) personnes-ressources en: . théorie de l'apprentissage . langage Logo . didactique des maths . science informatique	sur consultation

- des textes rédigés en pré-expérimentation, présentant aux étudiants des situations d'exploration et d'application de concepts, et des problèmes à résoudre, le tout à l'aide de l'ordinateur.

Au niveau des ressources techniques, des ententes furent conclues entre les professeurs concernés des Départements de Mathématiques et d'Électrotechnique. Le laboratoire fut ainsi mis à la disposition des étudiants à raison de quatre heures par semaine, sur les huit heures prévues pour l'enseignement et l'apprentissage au cours 103, sauf pendant les trois premières semaines où l'accès fut élargi à huit heures par semaine.

2.2.3 Construction de la stratégie d'enseignement

Dans le milieu scolaire, on reconnaît généralement que l'apprentissage provient de quatre sources principales, soient: le professeur, le matériel, les activités et l'apprenant lui-même. Briggs (1977) présente une «courbe de croissance» hypothétique, qui illustre l'évolution en importance de chacune de ces sources d'apprentissage, selon l'âge de l'apprenant. Cette courbe reproduite à la Figure 1, est le résultat de recherches longitudinales comportant l'observation de situations d'apprentissage en milieu scolaire, de la maternelle au niveau collégial.

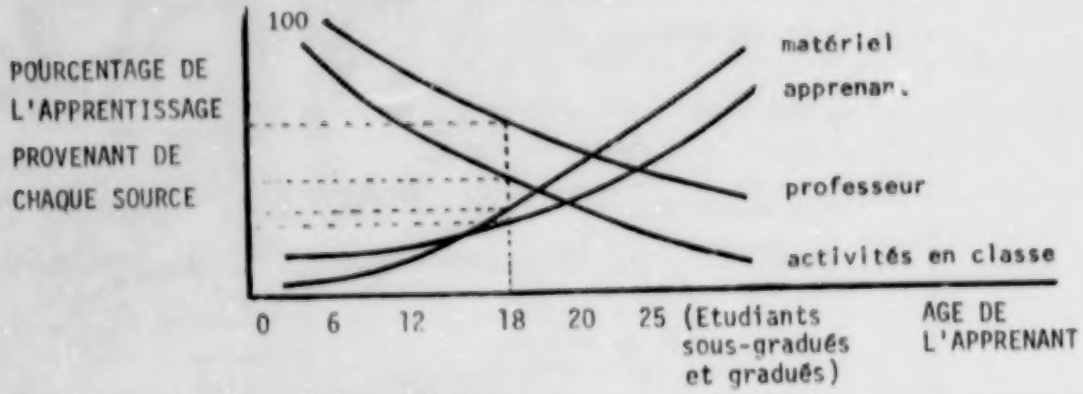


Figure 1: Sources d'apprentissage en milieu scolaire *

* Il ne s'agit pas d'une "échelle", puisque la somme des pourcentages pour un âge donné dépasse 100%. On n'a voulu représenter que des influences relatives.

Cette représentation repose sur la présomption que l'indépendance de l'apprenant croît avec l'âge: au début de la scolarisation, l'enfant est presque entièrement dépendant de la personne du professeur et des activités qui lui sont proposées en classe, alors qu'à l'âge adulte le matériel est devenu la principale source d'apprentissage et l'apprenant sa propre personne-ressource.

Il a paru intéressant de lire cette courbe pour un âge égal à 18 ans, ce qui correspond à peu près à l'âge moyen des étudiants de niveau collégial[1]. A cet âge, (voir pointillés sur la Figure 1) l'apprentissage proviendrait encore du professeur de façon prédominante, et des trois autres sources en parts à peu près égales, l'apprenant lui-même étant toutefois classé au dernier rang en importance.

Mais puisque l'un des buts de l'éducation est de conduire l'éduqué à l'autonomie et que pour au moins 75 % des étudiants, le niveau collégial marquera la fin des études, ne serait-il pas souhaitable de promouvoir cette autonomie intellectuelle en donnant le plus tôt possible à l'étudiant les moyens d'apprendre par lui-même ?

La démarche d'enseignement et d'apprentissage élaborée au cours de cette recherche repose sur l'hypothèse que l'ordinateur utilisé en mode de programmation pourrait permettre d'atteindre ce but.

Dans l'approche traditionnelle de l'enseignement des mathématiques au niveau collégial, le processus d'apprentissage a son origine chez le professeur, qui utilise, par ordre d'importance décroissante, le livre, le tableau, la calculatrice et, beaucoup plus rarement, du matériel de manipulation[2], pour transmettre les connaissances principalement par voie

---

(1) Au Collège de Sherbrooke, l'âge moyen des étudiants est de 19,31 ans. (Statistiques, Décembre 1984).

(2) Solides, en géométrie, billes, en statistiques,...

symbolique verbale. L'étudiant est le pôle terminal de ce processus. Son rôle est d'écouter, de comprendre, de reproduire les comportements enseignés et de construire ses propres raisonnements, pour accéder à l'acquisition de connaissances et à la maturité intellectuelle.

L'ordinateur, par contre, est un instrument dynamique. Son intégration au matériel d'apprentissage enrichit considérablement l'apport potentiel de cette source. Utilisé de façon adéquate (ce sur quoi on reviendra plus loin), il pourrait faire de l'étudiant le moteur du processus d'apprentissage dont le professeur deviendrait le facilitant.

Au sujet du rôle du professeur dans ce modèle, cette recherche s'est appuyée sur la recherche citée précédemment (Thibault-Giard, 1985). Selon les conclusions de ce rapport, le rôle du professeur, préalablement à l'enseignement, est de sélectionner (et bien souvent de construire, puisqu'il n'existe encore que peu de matériel didactique de ce type), des activités d'apprentissage qui amèneront l'étudiant à explorer des concepts, appliquer des règles, résoudre des problèmes, utiliser des stratégies cognitives et développer des attitudes positives à l'égard de soi et des mathématiques.

Au début de la période d'apprentissage, le professeur doit voir à organiser le temps de travail de chacun en fonction des équipements disponibles. Mais son intervention la plus importante se situe au niveau des attitudes: il doit préparer l'étudiant à cette nouvelle démarche, en mettant en valeur l'autonomie, la confiance en soi et l'activité créatrice sous toutes ses formes. L'expérience antérieure de l'étudiant ne l'a pas nécessairement préparé à assumer ce rôle dans lequel il part lui-même à la conquête du savoir et sans cette préparation, il risquerait de rater les objectifs visés par cette méthode.

Au cours de l'apprentissage, le professeur sert de personne-ressource pour tout ce qui regarde le langage de programmation et l'activité mathématique. Au début, à cause de son manque de familiarité avec Logo et avec le travail sur ordinateur, l'étudiant est démuni et lance souvent des appels à l'aide. L'habileté du professeur consiste à l'acheminer vers l'autonomie, en posant des questions, en mettant l'étudiant en face de son propre raisonnement, en suggérant des stratégies, mais jamais en donnant la solution. Ce mode d'intervention exige beaucoup de patience et de disponibilité et même une certaine dose d'humilité. Puisqu'il est impossible de prévoir toutes les situations où les étudiants seront conduits, il arrivera que le professeur soit obligé de chercher avec les étudiants des solutions satisfaisantes, et ce à partir des efforts des étudiants et non de solutions toutes faites.

Dans ce modèle, au lieu d'être un complément à l'enseignement, le travail en laboratoire devient la principale source d'apprentissage. Dans tous les cas, il précède le cours théorique où la notion est exposée avant même que l'étudiant ait commencé à se poser des questions, souvent même il le remplace. Il peut aussi supplanter les recueils de réponses et de solutions qui enlèvent à l'étudiant l'obligation de questionner la vraisemblance et l'exactitude des résultats qu'il obtient. Ce qu'il ne remplace pas, c'est la discussion préliminaire à l'étude d'une notion et la synthèse consécutive à cette étude, au cours de laquelle les résultats obtenus sont structurés sous forme de système déductif, et les propositions nécessaires démontrées de façon formelle.

Ce mode d'enseignement qui subordonne l'intervention enseignante à l'activité de l'étudiant n'a rien d'une sinécure pour le professeur. Il requiert un degré élevé de compétence mathématique et technologique, et des prédispositions à la disponibilité et à l'empathie.

Enfin, une dernière dynamique que cette stratégie d'enseignement veut exploiter et qui n'apparaît pas dans le modèle représenté à la Figure 1, est celle des pairs. Selon la littérature de recherche (Briggs, 1977), il apparaît que l'influence des pairs sur l'apprentissage académique croît avec l'âge et profite à la fois au «donneur» et au «receveur». C'est pourquoi nous recommandons la formation d'équipes de travail de deux étudiants et encourageons la consultation inter-équipes.

2.3 ACTIVITÉS D'APPRENTISSAGE

Cette section du rapport a pour but de faire connaître les principales activités d'apprentissage du calcul, élaborées dans le cadre de cette recherche. La plupart de celles-ci ont été proposées aux étudiants au cours de l'expérimentation, alors que d'autres n'ont pas été expérimentées soit à défaut de temps, soit parce qu'elles constituent une alternative aux activités choisies pour l'expérimentation. On trouvera ci-après la description et l'analyse de ces activités d'enseignement et d'apprentissage, et à l'Appendice B, le texte des activités telles qu'elles furent proposées aux étudiants.

On ne doit pas s'attendre à trouver dans ces textes une séquence couvrant intégralement le contenu du cours 103, mais plutôt les résultats d'une première recherche visant à structurer des activités d'apprentissage autour des principaux thèmes du cours de Calcul I, qui sont les suivants:

- rappels des notions préalables au calcul;
- notion de limite et de continuité;
- définition de la dérivée et application des règles qui en découlent, au calcul de la dérivée des fonctions algébriques et transcendantes;
- applications de la dérivée;
- intégrale indéfinie, intégrale définie et calcul d'aires.

Afin de favoriser l'atteinte des objectifs retenus pour cette démarche d'enseignement et d'apprentissage du calcul, en particulier le développement de la capacité de résolution de problèmes et le recours aux stratégies cognitives, nous avons choisi de proposer aux étudiants des activités en rapport avec chacun de ces thèmes, activités qui présentent les caractéristiques communes suivantes:

1. Chaque activité nécessite l'utilisation de connaissances acquises antérieurement, en géométrie, en trigonométrie, en algèbre ou en géométrie analytique, au niveau secondaire ou collégial, et l'étudiant devra faire lui-même l'effort de les retrouver. (Des explications verbales seront données, mais non des textes). De plus, à mesure que le cours progresse, l'étudiant devra réutiliser les procédures qu'il a construites et les concepts qu'il a appris.

2. Chaque activité oblige l'étudiant à faire la synthèse de ses connaissances en rapport avec un thème du cours.

3. Chaque activité tente d'établir des liens avec l'évolution historique du concept impliqué.

4. Chaque activité présente un problème complexe, que l'étudiant devra décomposer en problèmes simples, qu'il résoudra séparément, selon le principe «une tâche - une procédure».

5. Chaque activité est remise à l'étudiant suffisamment à l'avance pour qu'il puisse analyser le problème, élaborer une stratégie, rédiger des procédures avant d'avoir accès à l'ordinateur.

6. Les étudiants sont encouragés à vérifier leur solution, comparer leur travail à celui de leurs pairs, en discuter, améliorer et personnaliser leur travail.

7. Tous les fichiers et les logiciels produits pour un travail doivent être explicités dans un document d'accompagnement.

Nous allons maintenant voir les activités élaborées en rapport avec chacun de ces thèmes.

2.3.1 Rappels et introduction à Logo
(voir Fascicule d'Introduction à Logo et au Calcul différentiel, ainsi que le document intitulé Travail 1, à l'Appendice B.)

Comme il a déjà été expliqué, l'approche choisie pour présenter le langage Logo aux étudiants, fut de l'intégrer aux rappels sur les notions préalables au calcul. L'objectif général de cette première partie était donc double:

- revoir les notions de variable, de fonction et de graphe, les systèmes de nombres, les opérations et leurs propriétés;
- développer une intuition solide des fonctions, de façon à ce que l'étudiant associe facilement un graphe à l'équation d'une fonction, et vice-versa (Fonctions linéaire, quadratique et valeur absolue);
- amener l'étudiant à un niveau de maîtrise du langage Logo lui permettant de communiquer avec l'ordinateur de façon autonome.

Le tableau 6 résume le contenu et les objectifs du Fascicule d'Introduction relativement aux mathématiques et à la programmation.

Tableau 6: Contenu et objectifs du Fascicule d'Introduction

SECTIONS	DESCRIPTION DU CONTENU ET DES OBJECTIFS	
	MATHEMATIQUES	PROGRAMMATION
1	1. familiariser l'étudiant avec les notions de géométrie suivantes: état, position, angle, orientation, direction, sens, rotation, opération et opération inverse.	1. commander la mise en marche du système Logo. 2. apprendre la géométrie de Tortue et l'utiliser pour explorer l'écran Logo.
2		1. "formater" une disquette. 2. gérer l'espace de travail; imprimer ou effacer des procédures. 3. construire, ramener, modifier, détruire des fichiers. 4. tirer des copies sur imprimante.
3	1. tracer des figures géométriques (triangles, quadrilatères, polygones, cercles) en utilisant leurs propriétés. 2. revoir les notions de variable, de fonction. 3. résoudre un problème complexe en le décomposant en problèmes plus simples. 4. manipuler des phénomènes récursifs.	1. construire des procédures constantes et des procédures avec variable(s) en mode de définition. 2. commander l'exécution d'une procédure. 3. corriger et modifier des procédures en mode d'édition. 4. structurer un programme faisant appel à des procédures et à des sous-procédures. 5. construire des procédures récursives.
4	1. revoir le système des nombres réels. 2. effectuer les opérations sur les nombres réels et connaître leurs propriétés. 3. manier les relations d'égalité et d'ordre dans $\mathbb{R}$.	1. manipuler les nombres entiers et réels, en notation décimale ou scientifique. 2. exécuter les opérations (somme, différence, produit, quotient, puissance et racine entières) sur les nombres réels.

Tableau 6: Contenu et objectifs du Fascicule d'Introduction (suite)

SECTIONS MATHEMATIQUES	PROGRAMMATION
4. définir et utiliser la valeur absolue d'un nombre réel.	3. apprendre les instructions conditionnelles, les prédicats et les commandes d'exécution.
5. effectuer les opérations sur les fonctions, en particulier la composition.	4. contrôler les procédures récursives au moyen de règles d'arrêt.
6. effectuer des opérations sur les infiniment petits, les infiniment grands.	5. se rendre compte des erreurs faites par l'ordinateur dans les calculs impliquant des nombres très petits ou très grands.
1. repérer des points sur un système d'axes cartésiens.	1. manipuler les mots et les listes.
2. calculer la distance entre deux points du plan.	2. maîtriser le procédé général de tracé du graphe d'une fonction point par point, à partir de son équation.
3. revoir les notions de domaine et d'image d'une fonction, de pente d'une droite.	
5 4. calculer des points appartenant au graphe d'une fonction.	
5. tracer le graphe de la fonction linéaire, à partir de 2 points, à partir de l'équation.	
6. calculer les racines d'une équation quadratique.	
7. tracer le graphe de la fonction quadratique.	
8. étudier les variations du graphe d'une fonction, en rapport avec les variations des paramètres de son équation.	
9. solutionner des problèmes correspondant à des modèles linéaires ou quadratiques.	

On remarquera que dans cette approche, la géométrie de Tortue n'est pas très exploitée: en fait elle sert plutôt de prétexte à présenter à l'étudiant le langage Logo et plus particulièrement la programmation structurée. Elle permet en outre à l'étudiant d'expérimenter, de réfléchir et de discuter sur les composantes de l'orientation spatiale, ce que les cours de mathématiques qu'il a suivis jusqu'ici lui ont peu donné l'occasion de faire. Enfin, si on ne lui consacre pas plus de temps dans cette introduction à Logo, c'est parce qu'il importe d'en arriver le plus tôt possible aux notions du calcul.

Le concept fondamental du calcul élémentaire est celui de la fonction et de son graphe. Le développement ultérieur de la dérivée et de l'intégrale repose sur une solide compréhension des fonctions sous leurs formes analytique et graphique. C'est pourquoi la majeure partie du travail dans cette première section du cours, est consacré aux fonctions et à leur graphe.

La présentation usuelle en classe traite beaucoup plus des fonctions sous leur forme algébrique que graphique. Le professeur trace à l'occasion le graphe d'une fonction au tableau, soit avec précision ou à main levée, souvent sans que cette fonction soit représentée par une équation. Quant à l'étudiant, on lui demandera rarement de tracer le graphe d'une fonction avant qu'on en arrive à la construction de courbes au moyen des outils du calcul différentiel, ce qui mène environ à la 10è semaine de cours.

La possibilité de tracer facilement, rapidement et avec précision le graphe d'une fonction à l'écran, est probablement l'aspect le plus attrayant de l'ordinateur au début d'un cours de calcul. Le procédé général utilisé au cours de cette expérimentation est le tracé point par point, réalisé à l'aide de deux procédures:

- une procédure P_1, qui positionne la Tortue en un point repéré par rapport à un système d'axes, puis appelle la procédure P_2.

- une procédure récursive P_2 qui ajoute à la variable x une quantité constante, calcule la valeur correspondante de la fonction et positionne la Tortue au point ainsi obtenu, et recommence le processus jusqu'à ce que la variable atteigne la borne supérieure de l'intervalle choisi.

Libéré de l'obligation de tracer à la main le graphe d'une fonction point par point, au moment où il ne dispose pas d'autres outils, l'étudiant peut concentrer son attention sur les points suivants:

- le domaine et l'image de la fonction: ces notions deviennent des réalités que les commandes BARRIÈRE et FENÊTRE de Logo aident à concrétiser.

- le choix d'un intervalle approprié: malgré la géométrie analytique étudiée précédemment, un grand nombre d'étudiants distinguent mal un intervalle $[x_1, x_2]$ d'un point (x_1, x_2).

- les points d'intersection du graphe avec les axes. Dans quelles régions une fonction est-elle positive? nêgative? nulle? (Au début ou pourrait utiliser la couleur pour faire ressortir ces caractéristiques).

- la pente d'une droite ou de la tangente à une courbe.

- les variations du graphe reliées aux variations des paramètres de l'équation.

De plus, l'étudiant devra se poser des questions et trouver des réponses satisfaisantes lorsqu'il n'obtient pas le graphe désiré (intervalle trop court, points situés en-dehors de l'écran, graphe confondu avec l'un des axes,...).

Par la suite, on demande à l'étudiant de transposer le procédé général du tracé point par point, afin d'obtenir le graphe des fonctions polynomiales de degré 2 et 3. Cet exercice provoquera une discussion dont se dégagera l'idée que la direction d'une droite est constante, alors que celle d'une courbe varie en chaque point. La construction de la tangente à la courbe deviendra alors un problème significatif. Quant à la droite, l'étudiant aura tôt fait de découvrir que le procédé utilisé est inutilement lent, et que deux points distincts suffisent pour déterminer une droite unique.

On voit donc que la notion de fonction est centrale dans cette préparation à l'apprentissage du calcul par la programmation. L'étudiant est même amené à considérer les procédures comme des fonctions, constantes, ou à une ou plusieurs variables, sur lesquelles il peut effectuer les opérations usuelles pour obtenir d'autres fonctions. (Par exemple, le produit des procédures CARRE et CUBE donnera la puissance cinquième d'un nombre, leur composition, la puissance sixième, etc.)

En passant à travers les exercices contenus dans ce fascicule, l'étudiant prépare le premier travail qui consiste à construire trois fichiers de procédures (tracé de figures géométriques, calculs, et représentation en géométrie cartésienne), lesquelles seront réutilisées pour apprendre les notions du calcul différentiel et intégral. Il devra accompagner sa disquette d'un document expliquant le rôle des procédures, l'exécution, la nature des entrées et les contraintes s'il y a lieu.

Enfin, une activité qui n'a pas été expérimentée, mais qu'il serait intéressant de faire en préparation au calcul, est de relier le graphe d'une fonction à des tableaux de valeurs de la fonction et de ses premières et secondes différences.

2.3.2 La limite

(Voir Travail 2, Appendice B)

Dans la plupart des cas, un cours de calcul commence par des considérations sur la limite et la continuité. De façon plus ou moins complète et formelle, on jette les bases nécessaires au développement des concepts de dérivée et d'intégrale.

Comment le concept de limite est-il habituellement introduit ? D'abord par des discussions informelles au sujet de «f(x) qui s'approche de L, quand x s'approche de a». Ces explications sont accompagnées de graphes illustrant les différents cas de discontinuité, à partir desquels on amène les notions de limites à gauche et à droite.

Cette conception dynamique de la limite, dans laquelle les élèves fonctionnent plutôt bien, est rapidement suivie d'une définition formelle, et statique, en ε, δ. On pourra alors démontrer, ou du moins énoncer les théorèmes sur la limite, ce qui permettra enfin d'arriver à ce qui semble le but de toute la démarche: le calcul des limites! Les exercices les plus théoriques sont du type «étant donné ε, calculer δ», mais au cours de Calcul I, on demandera plutôt aux étudiants de calculer quantité de limites réelles, de découvrir les limites infinies et de lever les indéterminations auxquelles mène parfois ce genre de calcul.

Dans le premier cas, le succès de l'étudiant dépendra de son habileté à manipuler les expressions contenant des valeurs absolues et des inégalités; dans le second, de sa dextérité à effectuer les transformations et les opérations usuelles sur les expressions algébriques. Dans tous les cas, l'étudiant émergera de l'étude des limites avec l'impression que la compréhension intuitive est sans lien aucun avec le traitement formel auquel il a consacré tous ses efforts.

Sans proposer une séquence fondamentalement différente, la démarche proposée ici favorise l'exploration de concepts, conserve son importance à la compréhension intuitive et par le moyen des approximations successives, s'intéresse plus à la valeur numérique de la limite qu'aux techniques de calcul des limites.

Le Travail 2 aborde l'étude de la notion de limite à partir d'un problème classique, celui de la mesure de la circonférence et de la surface d'un cercle au moyen de polygones inscrits dans ce cercle.

La première partie du travail a pour but d'amener l'étudiant à construire la représentation géométrique du problème. Pour y arriver, l'étudiant devra faire appel à ses connaissances en géométrie et en trigonométrie acquises antérieurement, utiliser des procédures construites dans la première partie du cours, et surtout observer ce qui se passe à l'écran afin de déterminer l'état (position et orientation) de la Tortue qui permettra d'obtenir la figure désirée. Par le recours à la récursion, il tracera les polygones successifs et sera ainsi initié aux processus infinis et au concept d'infini lui-même.

Dans la seconde partie du travail, on demande à l'étudiant de calculer la surface et la circonférence du cercle au moyen d'approximations successives obtenues en calculant la surface et le périmètre des polygones successifs. En exécutant ces calculs pour différentes valeurs du rayon du cercle, l'étudiant vérifiera la constance des rapports S/r^2 et $C/2r$; en prenant un nombre de plus en plus grand de côtés, il obtiendra des approximations de plus en plus exactes de π, pour en arriver à la «meilleure» approximation permise par cette version de Logo.

Dans la dernière partie du travail, on établit un lien avec les tentatives du calcul des décimales de π telles que rapportées par l'histoire. La précision du résultat obtenu sur l'ordinateur est discutée en rapport avec l'approximation obtenue par Archimède à partir de polygones inscrits et circonscrits au cercle.

La structure du programme construit par les étudiants pour résoudre ce problème est la suivante:

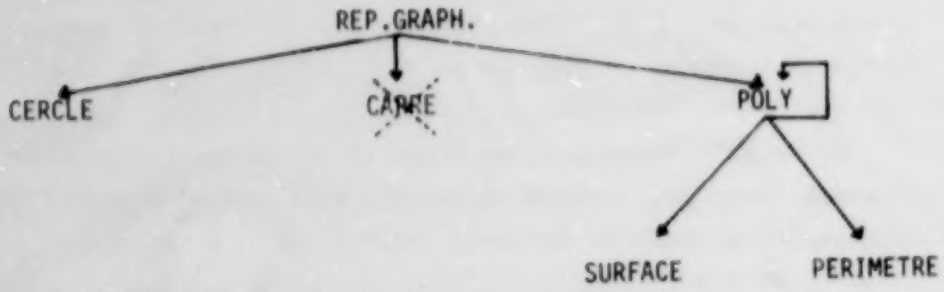


Figure 2: Structure du programme dans le Travail 2

La notion de limite est amenée progressivement à travers l'idée de «s'approcher aussi près qu'on veut de...»

Autres activités

On pourrait penser à plusieurs autres activités pour aborder l'étude de la notion de limite, en particulier à celles-ci:

- à partir d'une situation concrète impliquant une suite numérique, écrire des procédures affichant:
  - les termes successifs de la suite, de façon à pouvoir «prédire» l'existence et la valeur d'une limite;
  - l'écart d'un terme avec la limite pressentie;
  - le rang du terme à partir duquel l'écart est inférieur à une quantité donnée.

- étudier quelques suites importantes, comme par exemple $(1 + \frac{1}{n})^n$ pour présenter le nombre e, ou les diverses expressions proposées au cours des siècles pour calculer les décimales de π;

- introduire les séries infinies et calculer des sommes partielles, afin de lier la notion de limite à celles de la convergence, de la divergence et de la rapidité de convergence;

- afficher les valeurs successives d'une fonction F, quand x tend vers a; choisir des écarts de plus en plus petits, pour faire saisir la notion de quantité infinitésimale. (Choisir des cas présentant des limites réelles, infinies, ou des formes indéterminées);

- trouver les limites à gauche et à droite d'un point, de façon à pressentir la limite;

- utiliser la même procédure pour vérifier un calcul de limite obtenu par l'application des théorèmes;
- étant donné une fonction, un point a, une limite L et un écart ε, calculer le δ correspondant;

- afficher à l'écran le graphe d'une fonction, le voisinage de L et le voisinage approprié de a, ou donner du feedback sur un voisinage choisi par l'usager.

Cette liste est loin d'être exhaustive, car la limite est une notion autour de laquelle il est possible de construire toute une variété de situations d'apprentissage sur l'ordinateur qui permettront à l'étudiant d'accumuler une certaine expérience mathématique en rapport avec les notions d'infini, de continu et de discret, d'infiniment petit et grand, et d'approximation, qui constituent la base du calcul différentiel et intégral.

2.3.3 Définition et calcul de la dérivée
(voir Travail 3, à l'Appendice B)

Les deux façons classiques d'aborder l'étude de la dérivée sont l'étude des taux de variation moyen et instantané, et la construction de sécantes se rapprochant de plus en plus de la tangente à la courbe en un point. À partir de ces exemples, on établit la définition formelle de la dérivée que l'on utilise pour démontrer les règles de dérivation. La majeure partie du temps est ensuite consacrée à la dérivation des fonctions algébriques et transcendantes, ce qui encore une fois fait appel à l'habileté de l'étudiant à manipuler les expressions algébriques.

L'activité d'introduction à la dérivée construite dans le cadre de cette recherche combina les taux de variation et les sécantes. Elle fit l'objet de la première partie du Travail 3. Cette activité demandait à l'étudiant d'utiliser les procédures déjà construites pour calculer la valeur d'une fonction en un point, tracer un système d'axes, une droite à partir de deux points et calculer la pente de cette droite. Elle nécessitait de plus la construction de deux nouvelles procédures, sur le modèle desprocédures LIN et TLIN, mais qui permettaient d'obtenir cette fois le graphe de toute fonction polynomiale ou trigonométrique sur un intervalle donné. Elle nécessitait aussi la construction d'une procédure récursive traçant les sécantes à la courbe aux points (x, f(x)) et (x + h, f(x+h)). La pente de ces sécantes était ensuite identifiée au taux de variation moyen de la fonction sur l'intervalle [x, x+h], et l'on obtenait une droite voisine de la tangente en faisant tendre h vers 0.

À la suite de cette introduction, la définition de la dérivée était établie en classe et l'on en déduisait les règles de dérivation de la façon usuelle.

La deuxième partie du Travail 3 consistait à écrire un logiciel pour la dérivation formelle des fonctions algébriques. (Le projet initial était d'y inclure également celle des fonctions trigonométriques, mais l'espace de travail disponible sur l'Apple IIe ne le permettait pas).

Le but de cette activité était non pas d'obtenir des dérivées au moyen de l'ordinateur puisqu'il existe déjà d'excellents logiciels qui produisent ce résultat, mais d'apprendre à l'étudiant le processus analytique qui pemet d'établir la dérivée d'une fonction complexe. Le logiciel devait donc être interactif, l'utilisateur étant celui qui, par les réponses aux questions qui lui sont posées, fait l'analyse de la fonction à dériver.

La structure de ce logiciel est donnée à la Figure 3.

Ce schéma fait ressortir le caractère répétitif de l'opération de dérivation qui consiste à appliquer successivement aux éléments d'une fonction les mêmes règles de dérivation, jusqu'à ce qu'on en arrive aux fonctions constante et identité.

La composition des procédures VALEUR et DÉRIVÉE permettait de calculer la dérivée d'une fonction en un point donné.

Autres activités

Des capacités additionnelles de mémoire permettraient d'inclure dans ce logiciel la dérivation des fonctions composées et celle des fonctions transcendantes.

Une autre approche serait de faire construire à l'étudiant un logiciel exécutant la dérivation formelle des fonctions. À ce sujet, on trouvera des idées dans le volume de Weidenfeld et al. (1985), cité à la section des références. Michel Arcouet[1] propose également une façon élégante de traiter cet exercice.

---

(1) Document inédit. Michel Arcouet est conseiller pédagogique à la Commission Scolaire Meilleur (Granby, Qué.).

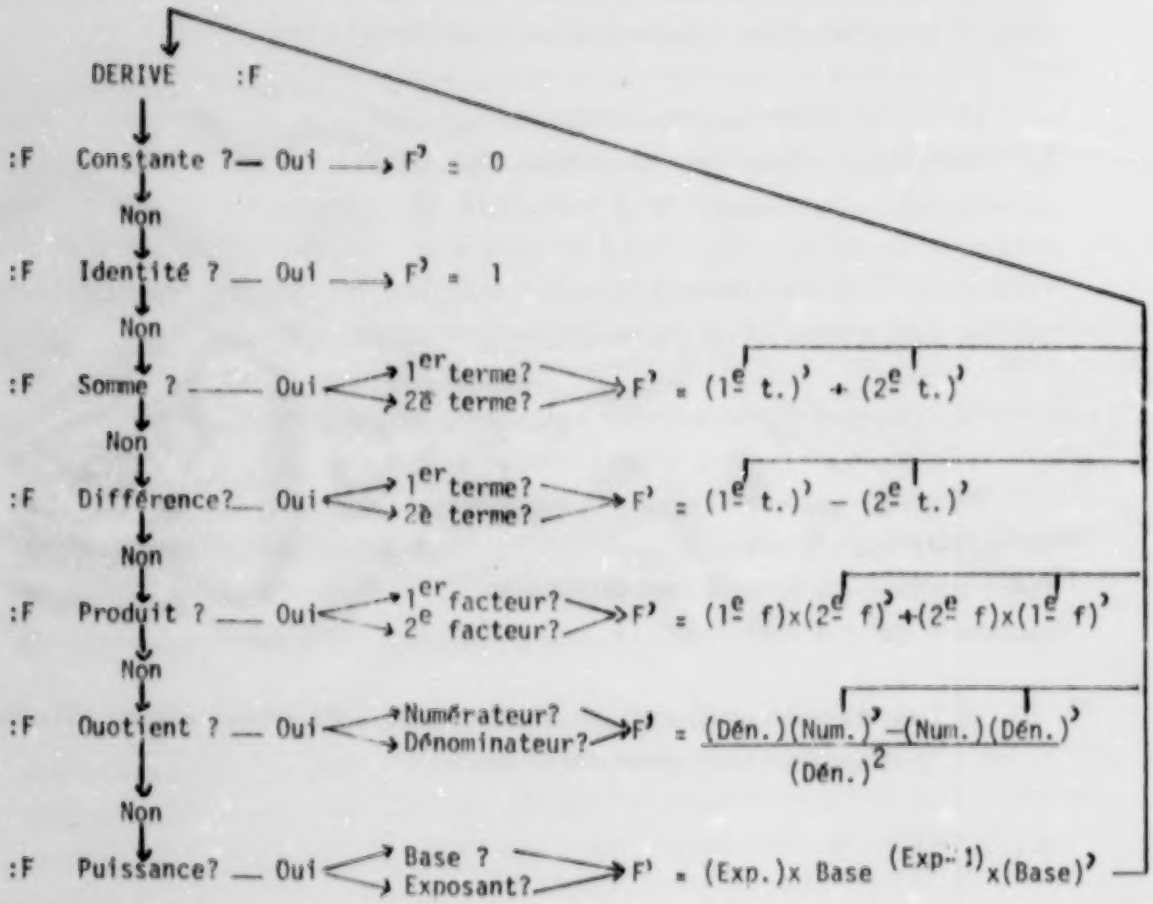


Figure 3: Structure du logiciel de dérivation

2.3.4 Les applications de la dérivée
(voir Travail 4 et Problème, à l'Appendice B)

Parce que la raison d'être du calcul dans les programmes académiques est son applicabilité à un grand nombre de situations, la plupart des cours de calcul réservent une place assez importante aux applications de la dérivée, soient la construction de courbes, les problèmes d'optimisation et parfois, les taux de variation liés.

Cependant, les techniques de calcul nécessaires pour établir le graphe d'une fonction même modérément compliquée présentent un assez haut degré de difficulté pour l'étudiant moyen. Les risques d'erreurs sont assez élevés, si bien que dans la pratique, on en est réduit à demander aux étudiants de tracer les courbes de fonctions plutôt simples, ou de leur donner les dérivées premières et secondes des fonctions à tracer, parfois même les valeurs critiques de ces fonctions dérivées. De plus, on ne demande presque jamais à l'étudiant d'utiliser le graphe obtenu pour tirer des conclusions en rapport avec une situation concrète.

La même remarque s'applique aux problèmes d'optimisation. Afin que les calculs impliqués soient à la portée des néophytes, on les choisit sans lien véritable avec les situations concrètes. Il s'agira la plupart du temps de trouver des nombres, de déterminer les dimensions de pâturages rectangulaires à surface maximale à partir d'une longueur donnée de clôture, (comme s'il ne pouvait exister d'autres contraintes) et de construire des contenants à coût minimum ou à volume maximum.

L'utilisation de l'ordinateur permet d'enrichir le champ des applications du calcul qui peuvent être traitées par l'étudiant. Les graphes et les tableaux facilitent l'investigation des situations liées aux taux de variation et à la recherche des extrema. Les valeurs des paramètres

ne devront pas nécessairement être entières et les problèmes présentés pourront se rapprocher davantage de vrais problèmes pratiques. Ainsi, dans les problèmes classiques reliés au mouvement des projectiles, ou à des activités économiques quelconques, on pourra tenir compte d'un plus grand nombre de facteurs, conformément à la réalité, plutôt que de n'en considérer qu'un seul afin de s'en tenir au modèle quadratique facile à traiter avec les méthodes formelles. Enfin, l'utilisation des méthodes de l'ordinateur dans la résolution des problèmes force l'étudiant à confronter les questions pratiques d'estimation et d'approximation dont l'importance est fondamentale lorsque des résultats mathématiques théoriques sont traduits dans un contexte réel.

Le Travail 4 demandait à l'étudiant d'appliquer la dérivée à l'étude des variations d'une fonction. L'étudiant devait en particulier, pour une fonction donnée:

a) tracer f, f' et f" sur un même système d'axes;

b) estimer les intervalles de croissance, de décroissance et de concavité de f, les extrema et les points d'inflexion, à partir de ces graphes;

c) construire un tableau affichant les valeurs numériques de f, f' et f" pour des valeurs de x appartenant à un intervalle $[x_1, x_2]$;

d) évaluer, à partir de ce tableau, les éléments demandés en a);

e) calculer algébriquement ces mêmes éléments à l'aide du traitement formel de f' et f";

f) comparer les méthodes utilisées en b), d) et e), du point de vue rapidité, précision, pertinence, selon les fonctions à étudier, etc.

Ce travail ne nécessitait pas la construction de procédures vraiment nouvelles, mais plutôt la modification ou l'utilisation de procédures déjà construites. Il en fut de même pour le problème d'optimisation dans lequel l'étudiant devait interpréter, dans les termes de la réalité, les résultats calculés à l'aide de ses logiciels.

Autres activités

Les questions de coût marginal, de revenu et de profit permettent de construire des problèmes fort concrets où les variations de revenu en fonction du volume des ventes peuvent être explorées avec profit. De plus, quand la version Logo le permet, les modèles faisant usage de la fonction exponentielle de type $y = Me^{rt}$ ouvrent la porte à d'autres problèmes reliés aux domaines économique, social et démographique.

2.3.5 L'intégrale

(voir Travail 5, Appendice B)

Quoique fondamental au calcul, le concept d'intégrale ne sera véritablement développé en profondeur qu'au cours de Calcul II. À la fin du cours de Calcul I, il est simplement présenté comme l'opération inverse de la dérivation; le théorème fondamental du calcul intégral est énoncé et appliqué au calcul d'aires limitées par des fonctions simples.

L'activité d'introduction au concept d'intégrale élaborée dans le cadre de cette recherche avait pour but de permettre aux étudiants de développer une intuition géométrique dynamique de la notion de primitive d'une fonction.

L'idée de départ était d'exploiter le concept de différences (mentionné à la section .3.1). L'étudiant avait déjà construit les outils nécessaires à la représentation graphique d'une fonction f sur un intervalle $[x_1, x_2]$.

à partir de son expression algébrique. Le Travail 5 lui demandait de construire les graphes de fonctions successives g_1, g_2,...g_n,... linéaires par morceaux, et continues, toutes nulles en x_1, et définies de la façon suivante:

l'intervalle $[x_1, x_2]$ étant divisé en n parties égales, on construit des rectangles d'aires A_1, A_2,..., A_n comme sur le graphe ci-contre.

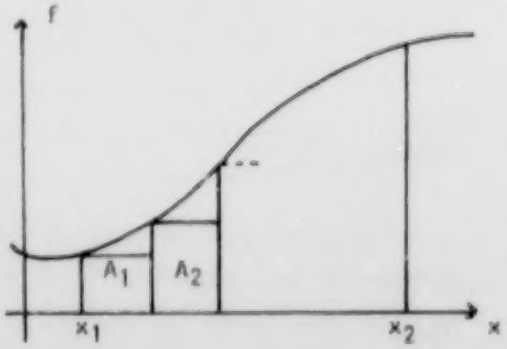


Figure 4

La fonction g_n vaut: 0 en x_1,
A_1 en $x_1 + \frac{L}{n}$,

ou L est la longueur de l'intervalle $[x_1, x_2]$. Elle vaut $A_1 + A_2$ en $x_1 + \frac{2.L}{n}$, etc... Le tracé du graphe de l'une des fonctions g_n est obtenu à l'aide de deux procédures assez semblables à celles qui tracent le graphe d'une fonction quelconque. Avec un appel récursif, il est possible de tracer toute une suite de fonctions g_n, pour $n \geqslant 1$.

La première expérience, intéressante par son caractère dynamique, est de regarder converger cette suite de fonctions quand n augmente. L'étudiant peut découvrir comment accélérer ou ralentir le processus. (Il s'agit de faire varier n à grand ou à petits pas). De cette façon, il peut se construire une expérience visuelle de concepts d'analyse (suites de fonctions, limites de ces suites, distance de deux fonctions) qui ne sont étudiés que beaucoup plus tard. À ce niveau, il est hors de question de formaliser ces notions, mais la compréhension intuitive à partir de ces représentations graphiques lui est parfaitement accessible et constitue probablement un apport non négligeable.

La seconde expérience consiste à chercher quelle serait l'équation de la fonction g qu'on obtiendrait en augmentant n indéfiniment, la variable étant la fonction de départ f. On suggère aux étudiants de considérer successivement des fonctions f constantes, puis linéaires, puis quadratiques

et d'observer de façon systématique la forme de la fonction g obtenue dans chaque cas. Dans le Travail 5, on leur demandait d'émettre une hypothèse géométrique et une hypothèse algébrique pour chaque expérience. Par exemple, «si le graphe de f est une droite, alors celui de g est une parabole», ou, «si f est définie par un polynôme de degré 1, alors g est une fonction quadratique». À la suite de cette série d'hypothèses on demandait le lien d'ordre général entre f et g. La réponse attendue était du genre «f est la dérivée de g». On pouvait alors définir le concept de primitive de f, et faire préciser que g est celle des primitives de f qui s'annule en x_1.

On peut à ce moment exploiter la notion de constante d'intégration définie par une condition initiale, en demandant aux étudiants de modifier cette condition, soit en changeant la valeur de g en x_1, soit en changeant la valeur de x pour laquelle g s'annule. Le décalage vertical entre les différentes primitives de f illustre bien le rôle de la constante d'intégration.

On peut aussi explorer les propriétés des opérations d'addition, de soustraction et de multiplication d'une fonction par une constante. On suggère de tracer g pour f(x)=0.01x, puis pour f(x)=0.05x ou f(x)=-0.03x, et de comparer les fonctions g obtenues. De même, on peut proposer de tracer g pour f(x)=0.05x, pour f(x)=1, puis pour f(x)=0.05x + 1, et de comparer les résultats obtenus.

L'aspect dynamique ici encore est à exploiter et paradoxalement, la lenteur relative de la Tortue est un avantage puisqu'elle permet de faire des prédictions et de vérifier si elles sont justes. C'est en effet une façon très concrète de comparer la rapidité de croissance ou de décroissance de deux fonctions, que de regarder et de prévoir la croissance et la décroissance de leur somme.

Cette illustration de la somme de deux fonctions et de leurs primitives se retrouve dans certains logiciels(1). Tout en étant moins sophistiqué, le

---

(1) On pense ici à un Imagiciel réalisé dans les IREM français et prêté par André Boileau de l'UQÀM.

logiciel construit par les étudiants dans le Travail 5 repose sur les mêmes idées de base, en plus de servir à introduire la notion de primitive.

L'exploration ainsi commencée avec les fonctions constantes, linéaires et quadratiques, peut être étendue à l'étude des fonctions polynomiales de degré supérieur à 2, dont les différences sont aussi polynomiales, et à celle des fonctions sin et cos dont les différences sont aussi trigonométriques. La version de Logo dont nous disposerons sous peu permettra de traiter aussi les fonctions exponentielles.

Comme on le constate, l'exploration du concept d'intégrale est source d'un grand nombre d'idées dont la valeur pédagogique est évidente. Cependant, chacune des activités auxquelles elles donnent lieu consomme beaucoup de temps, si bien qu'il faut faire des choix. Au cours de cette recherche, on a proposé aux étudiants le seul cas où les rectangles sous la courbe sont de largeur unité.

Autres activités

Le temps disponible à la fin du cours de calcul I ne permit pas de proposer d'autres activités aux étudiants. Cependant, on entrevoit plusieurs applications qui pourraient être exploitées au cours de Calcul II.

À la fin de ce cours, en effet, les étudiants ont été exposés à peu près à toutes les méthodes d'intégration qu'il est possible de concevoir, mais bien peu de temps a été consacré aux méthodes numériques, et l'on a depuis longtemps oublié les estimations basées sur les sommes de Riemann, si bien que l'étudiant peut rester sous l'impression que, lorsque l'anti-dérivée n'est pas facile à établir, il n'existe pas d'approche alternative à l'évaluation de l'intégrale définie.

L'utilisation de l'ordinateur permet une représentation dynamique des régions polygonales approximant les aires dans les sommes de Riemann et de comparer les résultats numériques et graphiques obtenus par raffinements

successifs. On peut y recourir également pour discuter de la pertinence des différentes méthodes d'approximation (règle du trapèze, règle de Simpson). Enfin, la représentation graphique sur un même système d'axes, d'une fonction et de ses approximations par séries de Taylor pourrait permettre de développer l'intuition au sujet de l'erreur d'approximation.

2.4 EVALUATION

L'évaluation est un moyen de déterminer si l'apprentissage a effectivement résulté de l'enseignement tel que désiré.

L'une des façons les plus courantes de vérifier si l'apprentissage visé a eu lieu est d'administrer un test, le mot «test» étant alors utilisé dans son sens large, c'est-à-dire non restreint aux tests écrits. On entend alors par là toute observation ou mesure appropriée de la performance de l'apprenant, nécessaire pour déterminer le degré d'ateinte des objectifs d'enseignement retenus. De telles mesures peuvent inclure l'observation d'un processus aussi bien que l'évaluation d'un produit ou l'enregistrement des attitudes de l'apprenant.

Le choix du mode d'évaluation doit se faire en fonction des fins pour lesquelles l'évaluation est pratiquée. Celle-ci peut en effet servir à des fins aussi diverses que les suivantes, entre autres:

- guider les progrès des étudiants en respectant leur rythme et leur style d'apprentissage propre;
- diagnostiquer des besoins en enseignement correctif;
- sanctionner la réussite à un cours;
- perfectionner une méthode ou un instrument didactique;
- évaluer une approche ou un outil pédagogique;
- comparer les performances des individus, des groupes ou des institutions.

Dans les quatre permiers cas, l'évaluation se fait par rapport aux objectifs retenus. Comme elle ne comporte pas de niveau de difficulté pré-déterminé, son pouvoir discriminatoire n'est pas très élevé. C'est pourquoi lorsqu'on vise la discrimination, comme dans les deux derniers cas par exemple, l'évaluation se fait plutôt par rapport à des normes, ce qui nécessite l'emploi de tests standardisés.

Dans le cadre d'un cours de mathématiques de niveau collégial, l'évaluation est généralement pratiquée en vue des trois premières fins citées plus haut, avec probablement prédominance de la troisième, c'est-à-dire la sanction Succès-Échec, et le mode privilégié est le test écrit à questions ouvertes présentant des calculs et des problèmes à résoudre. L'enseignant auquel la responsabilité de l'évaluation est confiée dans le système actuellement en vigueur, doit prévoir dès avant la prestation de l'enseignement, comment et par rapport à quoi les performances de l'apprenant seront évaluées; la congruence des objectifs et des tests est en effet une condition essentielle de la validité et de la fiabilité de ceux-ci.

L'expertise actuelle en matière d'enseignement des mathématiques par la programmation n'est pas encore très considérables, et la problématique de l'évaluation des apprentissages qui en résultent n'a pas encore été véritablement explorée. On se rend compte de la nécessité de construire des instruments qui mesureraient toutes les compétences acquises par l'étudiant au cours de sa démarche d'apprentissage, au niveau de toutes les catégories d'objectifs retenus, tant en mathématiques qu'au plan des habiletés cognitives, sans oublier la créativité dans la programmation et l'exploitation des diverses caractéristiques de l'ordinateur. À cette fin, il sera nécessaire de définir des objectifs d'apprentissage spécifiques en termes de comportement, par exemple selon la formulation en cinq points préconisée par Gagné (1977): situation, capacité apprise, action, objet, outils et restrictions. À la suite de quoi, on pourra chercher à construire des tests qui mesureront adéquatement l'atteinte par le moyen décrit dans l'objectif, de l'objet décrit par l'objectif.

Nous aurions aimé proposer, à l'issue de cette recherche, des instruments d'évaluation cohérents avec la démarche d'enseignement élaborée, mais ce travail préliminaire de définition des objectifs spécifiques d'apprentissage n'ayant pu être abordé, nous ne pouvons présenter que ces considérations d'ordre général.

Dans le cadre de l'expérimentation, nous avons procédé à une évaluation des apprentissages selon un mode qui nous a semblé justifié, en regard des objectifs de la recherche. Nous reviendrons plus loin sur les renseignements qui ont pu en être tirés, mais nous voulons préciser dès maintenant que la question de l'évaluation dans le cadre de l'apprentissage par la programmation reste une des questions-clés de cette problématique. Tant qu'on ne saura pas comment évaluer les apprentissages résultant de cette démarche, il sera impossible de se prononcer sur sa valeur.

CHAPITRE 3

EXPERIMENTATION EN SITUATION DE CLASSE

Lors de la construction du projet de recherche, il avait été prévu d'expérimenter la démarche d'enseignement et d'apprentissage du calcul par la programmation à la session d'hiver 85.

L'expérimentation en situation de classe avait été préférée à toute autre forme d'expérimentation, car elle permet d'observer un processus d'apprentissage se déroulant en milieu naturel et non dans des conditions recréées artificiellement en laboratoire avec un petit nombre de sujets. De plus, si les instruments de mesure et la méthodologie sont adéquats, elle permet de recueillir un maximum d'informations sur les questions à l'étude. Par contre, elle comporte également les inconvénients de ses avantages, particulièrement en ce qu'elle produit un ensemble de données tellement vaste qu'il est impossible de l'analyser en détail.

L'expérimentation en situation de classe devait permettre d'atteindre les buts suivants:

1. Appliquer la démarche élaborée en pré-expérimentation, dans une situation réelle d'enseignement et d'apprentissage avec un groupe d'étudiants du secteur régulier.

2. Recueillir de l'information au sujet de l'apprentissage, de la méthode de travail et des réactions des étudiants soumis à cette démarche expérimentale.

3. Amorcer l'évaluation formative de cette démarche, c'est-à-dire utiliser l'information et les données recueillies pendant l'expérimentation pour réviser et améliorer le matériel développé en pré-expérimentation.

4. Préciser les conditions d'intégration de cette démarche au système actuel.

L'expérimentation se déroula tel que prévu, du 14 janvier au 17 mai 1985. Au cours de cette période, on procéda aux opérations suivantes:

1. Contrôle de l'équivalence des deux groupes d'étudiants impliqués dans l'expérimentation, quant à la maîtrise des préalables et quant aux attitudes envers les mathématiques.

2. Evaluation des apprentissages au moyen de quatre examens communs administrés simultanément aux deux groupes.

3. Observation des comportements en situation d'apprentissage.

4. Mesure de l'évolution des attitudes des étudiants des deux groupes envers les mathématiques.

Ce chapitre a pour but de rapporter le déroulement de l'expérimentation et d'analyser les données recueillies au cours de chacune de ces opérations. C'est pourquoi, après avoir présenté les détails nécessaires au sujet de l'échantillon et du schéma expérimental, on traitera successivement de ces quatre sujets, en décrivant pour chacun l'instrument de mesure et la méthodologie et en présentant les données recueillies et l'analyse qui en fut faite.

3.1 POPULATION CIBLE ET ECHANTILLON

La véritable population cible de cette recherche était l'ensemble des étudiants du niveau collégial ayant à suivre le cours de Calcul différentiel et intégral I. Cependant, comme l'expérimentation était tenue à la session d'hiver, la population dont l'échantillon a été extrait, se réduisait à la clientèle inscrite à ce cours au Collège de Sherbrooke à la session d'hiver 85, soient 12 groupes d'étudiants du secteur professionnel appartenant aux Sciences humaines avec mathématiques (1 gr.), ou aux techniques de fabrication mécanique (1 gr.), génie civil (2 gr.), ainsi qu'aux techniques administratives (8 gr.).

L'expérimentation en situation de classe ne requiert pas la formation de groupes par tirage aléatoire, mais la sélection de groupes préexistants, formés selon le mode usuel. Selon les responsables administratifs, au Collège de Sherbrooke on tente de former des groupes équivalents à l'intérieur d'une même concentration ou spécialité, en répartissant les étudiants forts, moyens et faibles selon leur dossier académique, en proportions égales dans les divers groupes.

Afin de disposer de groupes présentant le plus de caractéristiques communes possible, on en sélectionna deux parmi les huit groupes de Techniques administratives. Encore une fois, ce choix ne fut pas fait de façon aléatoire mais selon les coïncidences entre les horaires des cours de mathématiques déjà établis pour ces groupes, et les périodes de disponibilité du laboratoire de micro-informatique. Mais comme les groupes sélectionnés ne le furent pas à partir de dispositions particulières ou de résultats scolaires antérieurs, on peut assumer qu'ils étaient assez représentatifs de la spécialité Techniques administratives et peut-être de l'ensemble du secteur professionnel. On comprend toutefois qu'il serait impérieux de reprendre une telle expérimentation avec des étudiants du secteur général dès que les circonstances le permettront.

Au début du cours les étudiants du groupe expérimental furent avisés de la nature de la démarche qui serait utilisée pour l'enseignement du calcul, en particulier de la nécessité d'apprendre le langage Logo. Sur les 34 étudiants présents à la première rencontre dans le groupe expérimental, 9 étudiants quittèrent le groupe et 1 demanda son transfert dans le groupe contrôle. De plus, 1 étudiant demanda à être intégré au groupe expérimental, ce qui porta son effectif initial à 25. De même 4 étudiants quittèrent le groupe contrôle qui en comptait 35.

Ce va-et-vient en début de session fait partie du vécu dans notre milieu: des étudiants annulent leur inscription dans un groupe au cours de la première ou de la deuxième semaine, parce qu'ils décident de ne pas suivre le cours à cette session, ou parce qu'ils préfèrent être intégrés à un autre

groupe. Ce phénomène est une conséquence normale de la présentation et de la discussion du plan de cours, qui constitue en quelque sorte un contrat liant le professeur et les étudiants pour la session. Etant donné le caractère nouveau et expérimental de la démarche proposée, il était prévisible qu'elle n'obtiendrait pas l'assentiment de tous les étudiants qui avaient été assignés en début de session au groupe choisi pour l'expérimentation.

Le tableau 7 résume les caractéristiques des deux groupes de l'échantillon expérimental.

Tableau 7: Caractéristiques de l'échantillon

Groupe	Nombre de sujets	Age	Sexe	Orientation
Expérimental	25	17 ans : 8 18 ans : 10 19 + : 7 Age Moyen : 19, 16	F: 15 M: 10	Tech. adm. : 19 Sciences : 2 Sc. hum. : 1 Electro. : 1 Indéterminé: 2
Contrôle	31	17 ans : 12 18 ans : 10 19 + : 9 Age moyen: 18, 58	F: 20 M: 11	Tech. adm. : 26 Sc. hum. : 4 Sciences : 1

Ce tableau fait apparaître que le groupe contrôle était plus homogène du point de vue orientation; en effet, 84% de son effectif était inscrit au programme de Techniques administratives et le reste au secteur général, contre 76% pour le groupe expérimental; parmi le reste, quatre étudiants relevaient de trois orientations différentes et deux n'avaient aucune orientation déterminée.

3.2 SCHEMA EXPÉRIMENTAL

Ainsi qu'il a été mentionné, l'expérimentation fut conduite sur des groupes naturels dont l'un constitua le groupe expérimental et l'autre le groupe contrôle.

L'enseignement fut assumé par la même personne, à partir du même contenu mathématique de base, exposé dans le même manuel. Dans les deux groupes on utilisa l'approche inductive.

Dans le groupe expérimental, les concepts nouveaux étaient introduits au moyen d'une activité d'exploration sur ordinateur, puis discutés et formalisés en classe. Les cinq heures de cours prévues à l'horaire étaient réparties de la façon suivante:

- une heure de classe, réservée à la discussion: retour sur le travail précédent, difficultés rencontrées, comparaison de différentes approches et des résultats obtenus, préparation du prochain laboratoire,...;
- deux heures de laboratoire, consacrées à la construction et à l'exécution de procédures en vue de l'exploration de concepts ou de la résolution de problèmes;
- deux heures de classe consacrées à la formalisation des concepts et à la démonstration des propositions, ainsi qu'aux exercices théoriques et pratiques.

En dehors de ces heures de cours, il est prévu que les étudiants fournissent trois heures de travail personnel par semaine. Le laboratoire était accessible aux étudiants pour deux heures de travail libre, et la plupart des étudiants s'en prévalurent régulièrement.

Dans le groupe témoin, la théorie était construite progressivement à partir d'exemples se référant aux acquis antérieurs des étudiants. Les cinq heures de cours étaient consacrées aux exposés théoriques, aux exercices

individuels et en groupe ainsi qu'aux périodes de questions. Ces étudiants devaient également fournir trois heures de travail personnel par semaine.

Outre le contrôle de l'équivalence des groupes, les mesures effectuées sur ces deux groupes au cours de l'expérimentation furent l'évaluation des apprentissages, l'observation des comportements et la mesure des attitudes à l'égard des mathématiques.

La Figure 5 schématise le devis expérimental adopté pour les fins de cette recherche.

G_1	O_{11}	X_1	O_{12}	O_{13}	O_{14}
G_2	O_{21}	X_2	O_{22}	O_{23}	O_{24}

où G_1 et X_1 représentent le groupe et le traitement expérimental
G_2 et X_2 représentent le groupe contrôle et la démarche traditionnelle
O_{ij} représentent les quatre mesures citées précédemment.

Figure 5: Schéma expérimental

Ce plan quasi expérimental se retrouve très souvent dans la recherche en psycho-pédagogie où il est souvent le seul à pouvoir être construit. Selon Léon (1977), "il est très utile quand on expérimente sur le terrain avec des groupes tels qu'ils sont habituellement constitués, et que l'on veut étudier les modifications de comportement provoquées par un changement délibérément introduit dans une situation: apprentissage spécifique, transformations de l'environnement ou de pratiques pédagogiques."

Si l'équivalence des deux groupes est établie, un tel plan permet de contrôler les variables étrangères relevant de l'histoire, de la maturation et des effets de la mesure, puisqu'elles sont présentes dans les deux groupes. Dans le cas présent, les variables reliées à la personne du professeur étaient également contrôlées.

Le but poursuivi en adoptant le schéma groupe expérimental - groupe contrôle n'était pas de mesurer les différences entre les notes obtenues à l'évaluation par les étudiants des deux groupes; les objectifs visés par l'une et l'autre démarche sont différents au départ, et l'approche par la programmation ne vise pas à hausser les performances académiques. En effet, même si le contenu mathématique est le même, la démarche expérimentale attache moins d'importance et consacre moins de temps à la pratique des opérations de calcul algébrique, afin de promouvoir la compréhension des idées fondamentales du calul, de favoriser le développement d'habiletés intellectuelles et le recours à diverses stratégies cognitives, et de réconcilier un certain nombre d'étudiants avec l'activité mathématique. Conséquemment, on pouvait s'attendre à des performances différentes des étudiants des deux groupes et la comparaison des scores obtenus aux examens risquait de donner des résultats difficiles à interpréter.

Le but n'était pas non plus d'évaluer la démarche expérimentale d'enseignement et d'apprentissage du calcul à l'aide de la programmation, puisque l'objectif premier de cette recherche était d'élaborer cette démarche, puis de l'expérimenter afin de l'améliorer. On ne peut à la fois construire un instrument et l'évaluer, et d'ailleurs l'évaluation sommative des méthodes didactiques requiert l'utilisation de tests standardisés en référence à des normes qui sont, pour le moment, inexistants dans notre milieu.

Le but de l'expérimentation était de recueillir le plus d'information possible sur la démarche elle-même, sur sa mécanique, sur les effets qu'elle produit chez les étudiants au niveau de l'apprentissage, de leur méthode de travail et de leurs attitudes envers les mathématiques. Il a semblé que le moyen le plus approprié d'y parvenir était de comparer le cheminement global des étudiants au moyen de diverses formes d'évaluation, c'est-à-dire non seulement de mesurer leurs performances académiques mais aussi d'observer leurs habitudes de travail, de découvrir le type de support nécessaire et de noter leurs réactions et leurs préférences, selon qu'ils étaient soumis à l'une ou l'autre démarche. C'est la raison pour laquelle le devis expérimental exposé ci-haut a été adopté.

3.3 EQUIVALENCE DES DEUX GROUPES

Méthodologie

Afin d'assurer qu'on puisse tirer des conclusions valables de la comparaison des cheminements des étudiants des deux groupes, il était nécessaire de vérifier si ces deux groupes étaient équivalents au départ quant à certaines variables expérimentales, notamment leur préparation au calcul et leurs attitudes envers les mathématiques.

Pour ce qui est des connaissances mathématiques des étudiants, on utilisa un test diagnostique qui fut administré à tous les étudiants lors de la première rencontre, et on considéra également leurs résultats au cours de mathématiques 102. Pour ce qui est des attitudes, on utilisa également à la première rencontre de la session, l'échelle construite par J.-P. Collette (1976).

Instruments de mesure

a) Test diagnostique

Ce test avait été construit par une équipe de professeurs du Département de Mathématiques du Collège de Sherbrooke, (Charbonneau et al., 1978), dans le cadre d'une recherche portant sur les échecs et abandons en mathématiques. Il servait à dépister les faiblesses des étudiants en rapport avec les techniques et les notions préalables au calcul, de façon à les orienter au besoin vers un cours d'appoint. Après avoir été testé en pré-expérimentation, ce test avait été administré à 586 étudiants issus du secondaire, et sa valeur diagnostique avait été confirmée par la corrélation élevée de ses résultats avec les notes obtenues au cours secondaire.

Mais en 1985, ce test objectif qui comptait à l'origine 66 questions à choix multiple de réponses, réparties en six sections, soient: algèbre, géométrie analytique, propriétés des exposants, trigonométrie, théorie des ensembles et logique, ne pouvait être administré tel quel, parce que certaines

notions ne faisaient plus partie des programmes communs, ou que la formulation de certaines questions risquait de ne plus être familière aux étudiants.

Le test fut donc ramené à 40 questions, et le temps d'administration qui était de deux heures, à 75 minutes. Ces modifications ne diminuèrent probablement pas la valeur diagnostique du test sur les notions qui furent conservées, mais réduisirent sa validité comme instrument de mesure de la préparation au calcul. C'est pourquoi on étudia également les résultats des étudiants au cours 102.

b) Cours 102

Le cours 102 est un cours de mathématiques générales offert en première session aux étudiants du secteur professionnel, dont ceux des Techniques administratives. Son contenu, choisi selon les spécialités parmi les thèmes suivants: algèbre, géométrie analytique, trigonométrie, combinatoire, coniques, vecteurs, matrices, nombres complexes, correspond au cours de "Précalcul" des programmes américains. Cependant, le cours 102 ne constitue pas un préalable absolu au cours 103, si bien qu'un étudiant peut s'inscrire au cours de Calcul I après avoir réussi, abandonné, échoué ou même sans avoir nécessairement suivi le cours 102. D'autre part, le cours 102 ne fait pas partie du programme des étudiants du secteur général.

Le cours 102 est cependant considéré comme préparatoire à l'étude du calcul, et selon l'expérience de plusieurs professeurs qui ont effectué cette vérification à diverses reprises, la corrélation entre les résultats qu'obtiennent les étudiants en 102 et en 103 est élevée.

Les scores obtenus en 102 auraient donc probablement constitué le meilleur indice pour contrôler l'équivalence des groupes quant à la préparation au calcul. Cependant, l'absence de notes pour un trop grand nombre de sujets de notre échantillon nous obligea à utiliser également le test diagnostique.

c) Echelle d'attitudes

Cette échelle d'attitudes fut construite et validée au Cégep de Montmorency par J.-P. Collette en 1976. Elle est destinée à mesurer les attitudes des étudiants des niveaux secondaire et collégial à l'égard des mathématiques, selon les variables suivantes: difficulté à apprendre les mathématiques, valeur ou importance accordée aux mathématiques et plaisir procuré par l'activité mathématique.

Le questionnaire comprend 40 énoncés, dont 21 sont destinés à mesurer les attitudes par rapport aux 3 variables précitées, à raison de 7 items par variable. Pour chacun de ces items, l'étudiant indique sur une échelle en 5 points, son accord, son indifférence ou son désaccord avec l'énoncé, la cote 5 correspondant à la facilité de l'apprentissage des mathématiques, à l'utilité et l'importance des mathématiques et au plaisir que procure l'activité mathématique.

Données recueillies

On trouvera à l'Appendice C, les résultats des étudiants des deux groupes au test diagnostique et au cours 102 suivi à la session d'automne 84 ou antérieurement, ainsi que les mesures des attitudes de ces étudiants envers les mathématiques effectuées en janvier 85.

Le tableau 8 présente un résumé des mesures effectuées pour contrôler l'équivalence des connaissances mathématiques préalables au calcul, et le tableau 9, les résultats de la mesure des attitudes.

Tableau 8: Résultats des deux groupes au test diagnostique et au cours 102.

Données		Groupe expérimental	Groupe contrôle
Nombre de sujets		25	31
Test diagnostique	. moyenne (sur 40)	24,5	24,32
	. écart-type	5,11	5,56
cours 102	. succès	8	19
	. échecs	7	1
	. abandons	4	5
	. non suivi	6	6

Tableau 9 : Mesure des attitudes envers les mathématiques (janvier 85)

Variables	Groupe expérimental	Groupe contrôle
Facilité		
. moyenne	2,683	2,787
. écart-type	1,427	1,489
Valeur		
. moyenne	4,406	4,335
. écart-type	0,977	0,944
Plaisir		
. moyenne	3,803	3,820
. écart-type	1,245	1,216
Ensemble		
. moyenne	3,631	3,648
. écart-type	1,423	1,394

Analyse et interprétation

- Connaissances et habiletés préalables au calcul

Si l'on considère les résultats des étudiants au test diagnostique, on remarque que, dans le groupe expérimental la moyenne de la distribution est égale à 24,5 et l'écart-type à 5,11, alors que dans le groupe contrôle, la moyenne est de 24,32 et l'écart-type de 5,56. Les tests usuels sur les moyennes et les variances des deux groupes ne révélèrent aucune différence significative. Le test diagnostique semblait donc confirmer l'équivalence des deux groupes pour ce qui est de la maîtrise des notions et des techniques reliées au calcul arithmétique et algébrique ainsi qu'à la géométrie analytique, que l'on considère généralement comme préalables à l'étude du calcul différentiel.

Cependant, si l'on s'intéresse aux performances de ces mêmes étudiants au cours 102, on constate qu'il aurait été dépourvu de sens de comparer les moyennes et les écarts-types de ces distributions, à cause de l'absence de scores chez un trop grand nombre d'étudiants, particulièrement dans le groupe expérimental. Cependant, un test calculé sur les différences de proportions d'étudiants ayant réussi le cours 102 dans les deux groupes, s'avéra significatif au niveau de 0,005 ($z = 2,791$). Si l'on accorde quelque importance au cours 102 dans la préparation à l'étude du calcul, on était justifié de conclure que les étudiants du groupe contrôle avaient une meilleure préparation.

Nous étions donc en présence de deux ensembles de données qui semblaient mener à des conclusions contradictoires, ce qui empêcha d'établir hors de tout doute l'équivalence des deux groupes au départ. Cette découverte était décevante puisqu'elle signifiait qu'il n'allait pas être possible de comparer les performances académiques au cours 103 de l'ensemble des étudiants. Elle n'était cependant pas catastrophique dans la mesure où l'évaluation des apprentissages n'était qu'un aspect de la comparaison des cheminements. Pour parer à cette difficulté, on construisit deux sous-groupes appariés, tirés respectivement des groupes expérimental et contrôle.

Ces remarques font ressortir la difficulté qui existe à trouver des groupes naturels véritablement équivalents quant à plus d'une variable.

- Attitudes envers les mathématiques

Par contre, au niveau des attitudes envers les mathématiques, on constate immédiatement, à partir des données contenues dans le tableau 9, que les étudiants des deux groupes manifestaient des attitudes fort semblables. En fait, aucun test sur les moyennes et les variances ne fit apparaître de différence significative, et on conclut que, au départ, les deux groupes d'étudiants étaient disposés de façon équivalente quant au degré de difficulté, à la valeur et au plaisir que comporte l'activité mathématique.

En conclusion, la comparaison des cheminements des étudiants de ces deux groupes, qui manifestaient des dispositions presque identiques envers les mathématiques et avaient fait preuve d'habiletés semblables dans les exercices reliés aux mathématiques de niveau secondaire, paraissait possible malgré les lacunes probablement plus nombreuses chez les étudiants du groupe expérimental, quant à la préparation au calcul reçue au niveau collégial.

3.4 EVALUATION DES APPRENTISSAGES

Méthodologie

L'évaluation des apprentissages était une opération importante dans ce processus expérimental puisqu'elle devait fournir l'un des critères de comparaison des cheminements des étudiants selon l'approche pédagogique. Elle constituait également une opération délicate, ainsi que nous l'avons déjà mentionné, à cause du peu d'expertise actuelle en la matière.

Le mode d'évaluation le plus défendable du point de vue pédagogique aurait consisté à évaluer avec des instruments différents et appropriés, les apprentissages résultant des deux approches. Cependant, cette évaluation était aussi la plus difficile à mener, tellement nous en savons peu sur les

effets de l'apprentissage par la programmation, sans parler de la façon de les évaluer. De plus un tel mode d'évaluation aurait rendu plus difficile la comparaison des performances des étudiants, laquelle était à la base même du choix du plan expérimental parce qu'elle paraissait constituer une source valable de renseignements dans le cas d'une recherche exploratoire. Enfin, il fallait écarter la tenue d'une double évaluation (i.e. avec des instruments communs et différents) afin d'éviter de surcharger les élèves.

Comme cette expérimentation se déroulait en situation réelle d'apprentissage, que l'évaluation devait servir à la fois à des fins institutionnelles et expérimentales, et que le contenu de base du cours était le même pour les deux groupes, on opta pour une évaluation traditionnelle commune aux deux groupes, portant sur l'acquisition des connaissances et habiletés spécifiées par le programme.

Cette évaluation se fit au moyen de quatre tests communs d'une durée de deux heures, administrés simultanément et dans le même local aux étudiants des deux groupes, à la 5è, 9è, 14è et 17è semaine de la session.

La somme des résultats à ces quatre tests communs constitua la note requise pour l'évaluation institutionnelle des étudiants du groupe contrôle pour lesquels les cinq heures de cours hebdomadaires étaient consacrées à l'atteinte des objectifs traditionnels du cours 103. Dans le cas du groupe expérimental où deux heures étaient réservées à des activités reliées à l'ordinateur, la note institutionnelle fut constituée de la somme des résultats aux tests communs pour 4/5, et des travaux faits au moyen de l'ordinateur pour 1/5.

Instruments de mesure

Ne disposant pas de tests standardisés pour évaluer l'apprentissage du calcul au niveau collégial québécois, les auteures de la recherche construisirent les tests dont on trouvera le texte à l'Appendice C.

Ces tests à questions ouvertes cherchaient à mesurer l'atteinte des objectifs d'information verbale, l'habileté à sélectionner et à appliquer les règles de calcul, la capacité à poser et à résoudre des problèmes, ainsi qu'à interpréter des phénomènes. Ils furent corrigés et notés par la personne responsable de l'enseignement. Les critères de correction étaient la rigueur des raisonnements, la justesse des calculs, la clarté, l'exactitude et la précision des exposés, autant dans les questions théoriques que dans la rédaction des solutions de problèmes.

Au cours des pages qui suivent, nous allons maintenant rapporter et interpréter les données recueillies pour l'ensemble des étudiants, puis pour deux sous-groupes appariés, tirés des groupes expérimental et contrôle.

Résultats de l'évaluation dans les groupes expérimental et contrôle.

On trouvera à l'Appendice C les résultats obtenus aux tests par les étudiants des deux groupes et comptabilisés pour les fins de l'évaluation institutionnelle. Le tableau 10 en présente un résumé.

Tableau 10: Evaluation institutionnelle

Données \ Groupes	Expérimental	Contrôle
Nombre d'étudiants au premier test	25	32
Abandons	5	3
Etudiants ayant terminé la session	20	29
Echecs	5	4
Succès	15	25
Moyenne sur 100	63,18	70,19
Ecart-type	15,58	12,95

Comme il existe de bonnes raisons de croire que les deux groupes d'étudiants n'étaient pas équivalents quant à leur préparation au calcul, la comparaison des notes obtenues à l'évaluation présente peu d'intérêt et c'est pourquoi nous n'avons pas appliqué de tests statistiques sur les différences entre les moyennes et les écarts-types des deux distributions, ce que nous avons fait, ainsi qu'on le verra plus loin, pour celles des groupes appariés.

Le tableau 10 contient aussi quelques données permettant d'analyser le rendement académique en termes d'abandons, de succès et d'échecs. Le taux de réussite dans le groupe expérimental (0,75) ne diffère pas de celui du groupe contrôle (0,86) de façon statistiquement significative. Cependant, si on le calcule, non par rapport aux nombres d'étudiants qui ont terminé la session (20 et 29), mais par rapport à ceux qui étaient présents au premier examen, alors la différence entre les taux de réussite est significative au niveau de 0,14. Enfin, si on se réfère aux nombres d'étudiants qui avaient été assignés à ces groupes en début de session, alors cette différence est significative au seuil de 0,03.

Si l'équivalence des groupes avait pu être établie au départ, ces différences statistiques auraient pu signifier que, dans les conditions d'enseignement et d'évaluation vécues au cours de cette expérimentation, les chances de succès d'un étudiant étaient plus élevées dans le groupe suivant l'approche traditionnelle. Toutefois, dans les circonstances, nous avons préféré reprendre cette hypothèse avec les groupes appariés, d'autant plus qu'elle semblait infirmée par la dernière observation que voici: dans le groupe expérimental, 7 des 12 étudiants n'ayant pas suivi ou réussi le cours 102 ont obtenu la note de passage en 103, alors que cette proportion n'était que de 3 sur 7 dans le groupe témoin. Cependant, tout test sur ces différences de proportions serait dénué de signification à cause du petit nombre de sujets impliqués, et de l'absence de données concernant leurs aptitudes.

Résultats de l'évaluation dans les groupes appariés

Afin d'être mieux à même de comparer les cheminements des étudiants, nous avons constitué deux groupes appariés tirés des groupes expérimental et contrôle. En utilisant les résultats obtenus au cours 102 comme premier indice d'appariement, et les résultats au test diagnostique comme second indice, nous avons réuni 16 paires de sujets formant ainsi deux groupes dont l'équivalence quant à la préparation au calcul en début de session était mieux assurée.

Le tableau 11 résume les données présentées à l'Appendice C, relativement à la formation de ces groupes et à l'évaluation des apprentissages.

Tableau 11: Evaluation des apprentissages dans les groupes appariés

Données \ Groupes	Expérimental	Contrôle
Cours 102:		
. moyenne sur 100	72,71	70,89
. écart-type	11,31	11,12
Test diagnostique:		
. moyenne	63,65	64,37
. écart-type	9,03	9,03
Tests communs en 103:		
. moyenne	62,02	65,48
. écart-type	16,85	12,42
Evaluation institutionnelle:		
. moyenne	64,00	65,48
. écart-type	16,48	12,42

On constate que les moyennes aux tests communs en 103 sont un peu plus élevées dans le groupe contrôle (65,48) que dans le groupe expérimental (62,02), mais le test de Fisher sur la différence entre les moyennes dans les échantillons pairés indique que cette différence n'est pas significative du point de vue statistique. On arrive à la même conclusion en comparant les moyennes respectives à l'évaluation institutionnelle. La variance des

résultats est cependant plus étendue pour le groupe expérimental dans les deux cas.

D'autre part, si on considère le nombre d'étudiants dans les deux sous-groupes, dont la note à l'évaluation institutionnelle est inférieure à la note de passage de 60%, on en compte 8 dans le groupe expérimental et 7 dans le groupe contrôle. Cette différence de proportions n'est pas non plus statistiquement significative.

La comparaison des résultats de l'évaluation dans les groupes appariés fait donc apparaître que, pour ce qui est des notes obtenues, les étudiants du sous-groupe expérimental ont réussi aussi bien que ceux du sous-groupe contrôle, dans les tests portant sur l'atteinte des objectifs traditionnels du cours de Calcul I, et que les chances de succès des étudiants selon l'une ou l'autre approche étaient sensiblement égales.

La différence entre les variances est toutefois plus difficile à interpréter. On pourrait avancer que les étudiants forts ont obtenu des résultats plus élevés et les étudiants faibles des résultats moins élevés avec l'approche expérimentale qu'avec l'approche traditionnelle, mais les petits nombres de sujets dans ces groupes ne nous autorisent pas à soutenir de telles affirmations.

La corrélation entre les résultats aux tests communs des étudiants des deux sous-groupes ($r = 0,729$), de même que la corrélation entre les résultats à l'évaluation institutionnelle ($r = 0,713$), sont moins élevées qu'on aurait pu attendre dans le cas de groupes appariés. Il en est d'ailleurs ainsi de la corrélation entre les notes obtenues aux tests communs et celles obtenues pour les travaux sur ordinateur, chez les étudiants du groupe expérimental ($r = 0,789$). Dans ce dernier cas, ceci pourrait indiquer que les activités sur ordinateur font appel à des aptitudes autres que celles que nécessite l'activité mathématique usuelle. Par ailleurs, la motivation y joue sûrement un rôle difficile à apprécier.

Dans le rapport cité précédemment, Meynard (1979) déplore que les expériences visant à intégrer l'ordinateur à l'enseignement concluent souvent que les étudiants "ne réussissent pas plus mal" que ceux avec lesquels on n'a pas utilisé l'ordinateur. Afin d'éviter ce cul-de-sac, nous avons voulu analyser un peu plus en profondeur les performances des étudiants à l'évaluation. Nous avons déjà dit que le but que nous poursuivions en intégrant la programmation à l'apprentissage des mathématiques n'était pas d'augmenter les notes ni les taux de réussite, mais bien de causer un apprentissage plus valable des mathématiques en "débordant" sur la formation intellectuelle de l'étudiant. C'est pourquoi nous avons cherché à déceler dans les comportements des étudiants à l'évaluation, des indices qui pourraient indiquer que l'approche par la programmation a des effets différents de l'approche sans ordinateur, sur l'apprentissage des mathématiques et le développement de l'étudiant.

A cette fin, nous avons analysé le contenu des solutions présentées par les étudiants pour trois types de problèmes portant respectivement sur le calcul des limites, (Premier examen, Q.6), l'interprétation d'un graphe (Troisième examen, Q.1) et l'optimisation d'une fonction représentant une situation dite concrète (Troisième examen, Q.4a). On nous permettra de ne rapporter que des résultats succincts de cette analyse.

Dans le cas du calcul de limite, les étudiants du groupe contrôle présentent des calculs plus détaillés; ils font preuve d'un plus grand respect des conventions de l'écriture et d'une meilleure connaissance des théorèmes à appliquer. Bref, le développement de la solution a plus de quoi satisfaire l'amateur de ce genre d'exercices. Chez les étudiants du groupe expérimental, on sent que la préparation n'a pas été la même. La sélection des règles est en général adéquate, mais la rédaction est moins soignée, et on aura tendance à sauter des étapes. C'est pourquoi, même si le résultat est souvent exact, la solution ne vaut pas à son auteur le maximum des points alloués.

Pour ce qui est du problème portant sur l'interprétation d'un graphe, il est plus difficile de discerner une différence entre les solutions présentées par les étudiants des deux sous-groupes. Le tracé de l'allure du graphe

de la dérivée n'est réussi complètement que par deux étudiants de chaque groupe, et les réponses aux questions d'interprétation sont si brèves qu'il est impossible de suivre le raisonnement qui les a précédées.

L'analyse du dernier problème livre des résultats plus intéressants. La solution classique de ce problème exigeait que l'on représente les diverses données par des variables, et que l'on traduise par une équation algébrique, la relation entre la fonction à maximiser (revenu) et la variable (loyer). De ses connaissances en calcul, l'étudiant devait utiliser le fait que la dérivée première et seconde peuvent aider à trouver le maximum désiré. Enfin, au niveau des habiletés, l'étudiant devait établir correctement les dérivées, calculer leurs valeurs critiques et les utiliser pour déterminer le loyer assurant un revenu maximum.

Les solutions présentées par les étudiants suivent toutes plus ou moins ce modèle. Cependant, on remarque que les étudiants du groupe contrôle, probablement parce qu'ils ont résolu un plus grand nombre de ces exercices en classe ou individuellement, reproduisent plus fidèlement le modèle enseigné, ce qui en général leur vaut plus de points. Les stratégies cognitives qu'ils utilisent à l'occasion sont basées sur des notions apprises en classe (déterminer le domaine de la fonction à maximiser; utiliser les coordonnées du sommet d'une parabole pour trouver le maximum,...).

Les étudiants du groupe expérimental, probablement parce qu'ils ont moins intégré ce modèle, présentent des solutions plus personnelles. Les stratégies cognitives qu'ils utilisent réfèrent davantage à l'intuition (reformuler le problème dans leur langage propre; utiliser les approximations numériques pour trouver ou vérifier le résultat; se questionner au sujet de la vraisemblance du résultat, en particulier quand il n'est pas exact,...).

De façon générale, on sent que l'approche n'est pas la même, à la fois plus originale mais plus hésitante. On a aussi l'impression que ce type d'évaluation ne rend pas justice aux apprentissages qui ont eu lieu dans le groupe expérimental.

S'il était défendable dans le cadre de la recherche de déterminer si les étudiants soumis à la démarche expérimentale maîtrisaient les techniques traditionnelles du calcul, nous croyons qu'il faudra maintenant mettre au point des instruments d'évaluation qui tiennent davantage compte de la place occupée par l'ordinateur dans cette approche.

Ainsi, dans le travail sur la notion de limite, les étudiants ont été amenés à se poser des questions sur la nature d'un cercle, sur la différence entre un cercle et sa représentation, sur les causes des différences entre leurs propres approximations de π et celles obtenues par leurs pairs ou leur professeur. Nous croyons qu'ils ont ainsi développé une attitude de curiosité et un sens du relatif qui ne sont pas étrangers à l' esprit scientifique. Mais comment évaluer ces choses ?

3.5 OBSERVATION DES COMPORTEMENTS

Méthodologie

Dans le but de dégager le plus possible les caractéristiques de la démarche d'enseignement et d'apprentissage du calcul à l'aide de la programmation, on procéda au cours de l'expérimentation, à l'observation systématique des comportements des étudiants des deux groupes en situation d'apprentissage en classe et au laboratoire. Cette observation cherchait à reconnaître et à dénombrer les comportements actifs et les comportements passifs d'apprentissage, les comportements orientés ou non vers l'apprentissage, et à identifier le type d'aide recherchée par les étudiants en situation d'apprentissage.

L'observation fut pratiquée au cours de périodes de 50 minutes, tenues les 1ère, 4ème, 12ème et dernière semaines de la session. Les trois premières périodes d'observation furent tenues pendant les sessions régulières de travaux pratiques en classe ou au laboratoire où les communications de toutes sortes font partie de l'activité normale, et la dernière fut tenue pendant une période de travail individuel où la consultation n'était pas autorisée.

Les comportements observés furent tabulés selon les méthodes usuelles et des statistiques z calculées pour les taux obtenus dans chaque groupe pour les diverses catégories de comportement retenues.

Instrument de mesure

L'instrument de mesure utilisé fut une grille adaptée de la grille de Lindvall, que Simon et Boyer (1974) présentent dans leur anthologie des instruments d'observation.

La grille de Lindvall est un système d'observation mis au point par une équipe de chercheurs de l'Université de Pittsburg, dans le but d'observer les comportements des étudiants dans un projet expérimental portant sur la prescription individuelle d'enseignement. Ce système mesure la capacité de l'élève à s'auto-diriger, en observant comment les élèves utilisent le temps de classe lorsqu'ils ne sont pas guidés activement par le professeur. Ce sont donc les comportements des élèves en interaction avec le matériel, le professeur et les autres élèves qui sont objets d'observation.

La grille de Lindvall comporte cinq catégories décrivant des comportements se rattachant au travail indépendant, avec le professeur et avec les pairs, à l'activité de groupe ou à l'activité non reliée à l'apprentissage. Ces catégories permettent de recueillir des données sur l'environnement physique de la classe, l'utilisation du matériel, l'activité et la structure sociologique de la classe.

Les mêmes principes furent appliqués à la construction d'une grille adaptée au contexte du cours de mathématiques au niveau collégial. Cette grille permettait d'observer les comportements actifs et passifs, reliés ou non à l'apprentissage. On la trouvera à l'Appendice C, avec les résultats compilés de l'observation.

Le mode d'observation retenu était celui préconisé par Lindvall: au cours d'une période de 50 minutes, l'observateur effectue 10 rondes d'observation de 2 minutes, au cours de laquelle chaque étudiant est observé en rapport avec l'un ou l'autre des comportements de la grille. Ainsi, à la fin d'une période de 2 minutes, chaque étudiant a été codé comme manifestant l'un de ces comportements.

Données recueillies

Le tableau 12 présente les résultats de l'observation, compilés sous forme de pourcentages, pour les étudiants des deux groupes.

Dans ce tableau, on lit un pourcentage de comportements actifs orientés vers l'apprentissage plus élevé dans le groupe expérimental (82,8%) que dans le groupe témoin (74,4%). Cependant, selon le test de Fisher, cette différence n'est significative qu'au seuil de 0,07. Par contre, si on s'intéresse au pourcentage total de comportements orientés vers l'apprentissage (94,7% contre 82,9%), cette différence est significative au seuil de 0,003.

Tableau 12: Répartition des comportements en situation d'apprentissage*

	COMPORTEMENTS ACTIFS								COMPORTEMENTS PASSIFS								TOTAL			
	Orientés vers l'apprentissage				Non orientés vers l'appr.				Orientés vers l'apprentissage				Non orientés vers l'appr.				Actifs		Passifs	
	O				No				O				No				O	No	O	No
Semaines	1	4	12	17	1	4	12	17	1	4	12	17	1	4	12	17				
Gr.expér.	92	80.4	57.5	96.8	1.2	1.5	4.5	0.5	5.1	13.3	25.5	-	1.5	4.8	12.5	2.7	82.8	1.8	11.9	3.4
Groupe contrôle	61.8	69.3	76.9	92.6	6.5	6.6	8.4	1.1	16.8	10	4.6	0.7	14.7	14	10	5.5	74.4	5.7	8.5	11.3

* Les nombres exprimés représentent des pourcentages

On en conclut que la démarche expérimentale suscite véritablement chez l'élève une activité reliée aux apprentissages mathématiques visés. Même en dehors des séances d'observation, la majorité de ces étudiants manifestaient une activité soutenue, sans pause, pendant les deux heures de laboratoire.

Il faut ajouter toutefois au crédit du groupe contrôle, que ces étudiants faisaient également montre d'une application exemplaire lors des séances d'observation, si bien qu'on retira de la grille initiale les catégories de comportements reliés à des activités autres que l'apprentissage des mathématiques, puisque jamais il ne fut donné d'en observer aucun, contrairement à ce que l'expérience courante permet d'observer. Cette occurence pourrait toutefois être attribuée à l'effet de la mesure.

En dernier lieu, si on se réfère à la tabulation des comportements donnée à l'Appendice C, on remarque que:

1) les étudiants du groupe expérimental consacrent à peu près autant de temps au travail sur ordinateur (mode direct, programmation, exécution, fichiers et imprimante), que ceux du groupe contrôle à la rédaction d'exercices écrits.

2) les étudiants du groupe expérimental adressent trois fois plus de demandes d'aide au professeur que ceux du groupe contrôle et que conséquemment ils passent aussi plus de temps à attendre de l'aide.

3) les activités proposées au groupe expérimental provoquent entre trois et quatre fois plus de discussions entre les étudiants que celles du groupe témoin.

4) les étudiants du groupe expérimental prennent deux fois moins de pauses que ceux du groupe témoin.

Nous reviendrons sur ces divers points touchant l'activité des élèves, plus loin dans ce rapport.

3.6 MESURE DES ATTITUDES A L'ÉGARD DES MATHÉMATIQUES

Les attitudes des étudiants à l'égard des mathématiques sont au centre des préoccupations des recherches effectuées au cours des dernières années sur les études et abandons dans les cours de mathématiques de niveau collégial. Tran et Noircent (1980) ont établi l'existence d'une corrélation entre les attitudes et le rendement scolaire.

Comme l'un des objectifs de la démarche d'enseignement et d'apprentissage du calcul à l'aide de la programmation est de développer chez les étudiants des attitudes positives envers les mathématiques et envers eux-mêmes, il importait de vérifier si une évolution dans les attitudes s'était produite au cours de l'expérimentation.

Méthodologie

La mesure des attitudes des étudiants à l'égard des mathématiques devait servir d'abord à évaluer le changement dans les attitudes entre le début et la fin de la session, chez les étudiants des deux groupes, si changement il y avait. Elle devait aussi permettre de comparer l'évolution des attitudes dans les groupes expérimental et contrôle.

Données recueillies

Les données recueillies ont été traitées au moyen d'un logiciel. Les histogrammes obtenus sont reproduits à l'Appendice C et les divers calculs effectués sont présentés dans ce texte au tableau 13.

Analyse

Le résultat le plus évident, illustré graphiquement par ces histogrammes, est le peu de variation dans les attitudes entre janvier et mai, dans les deux groupes d'étudiants, ainsi que le peu de différence entre les attitudes du groupe expérimental et ceux du groupe contrôle.

Une deuxième remarque concerne la cristallisation des attitudes en ce qui concerne les variables difficulté et valeur. On juge les mathématiques difficiles ou faciles à apprendre, mais elles ne laissent personne indifférent. De même la valeur des mathématiques est affirmée dans les deux groupes par une majorité d'étudiants.

Au niveau de la variable plaisir, les attitudes sont plus graduées. Cependant, plus d'étudiants déclarent l'activité mathématique plaisante. Enfin, pour l'ensemble des variables, on constate que les attitudes envers les mathématiques sont plutôt positives.

Les histogrammes permettent des comparaisons d'ordre général au sujet des attitudes des étudiants des deux groupes à l'égard des mathématiques. Le tableau 13 donne un ordre de grandeur numérique à ces différences.

Ce tableau confirme que les attitudes des étudiants des deux groupes étaient assez semblables en janvier et en mai. Les différences entre les moyennes et les écarts-types des mesures effectuées dans les deux groupes sont minimes.

Dans le groupe expérimental, on constate une légère tendance à estimer les mathématiques plus faciles à apprendre en mai qu'en janvier, alors que dans le groupe contrôle, la tendance est de sens contraire, quoique du même ordre de grandeur.

Par contre, dans les deux groupes, on dénote une légère diminution des cotes attribuées aux variables valeur et plaisir. Dans l'ensemble, on dénote des attitudes légèrement moins positives en mai qu'en janvier, cette diminution étant un peu plus accentuée dans le groupe contrôle que dans le groupe expérimental.

Tableau 13: Mesure des attitudes en janvier et en juin, compilées pour chaque groupe.

Groupes / Variables	EXPÉRIMENTAL			CONTRÔLE		
	Janv.	Mai	Différence	Janv.	Mai	Différence
Facilité						
. moyenne	2,683*	2,762	+ 0,079	2,787	2,690	− 0,097
. écart-type	1,427	1,377	− 0,050	1,489	1,465	− 0,024
Valeur						
. moyenne	4,406	4,381	− 0,025	4,335	4,286	− 0,049
. écart-type	0,977	1,038	+ 0,061	0,944	0,908	− 0,036
Plaisir						
. moyenne	3,803	3,540	− 0,263	3,820	3,566	− 0,254
. écart-type	1,245	1,251	+ 0,006	1,216	1,207	− 0,009
Ensemble						
. moyenne	3,631	3,561	− 0,070	3,648	3,514	− 0,134
. écart-type	1,423	1,396	+ 0,027	1,394	1,379	− 0,015

* cote sur 5

Toutefois, aucun test statistique effectué sur les moyennes et les variances des mesures effectuées sur les attitudes, n'a révélé de différence significative, ni dans les comparaisons entre janvier et mai à l'intérieur des groupes, ni dans les comparaisons entre les groupes.

Ce peu de changement dans les attitudes sur une période de quatre mois n'a cependant rien pour surprendre, puisque les attitudes sont une variable qui n'évolue que lentement. On obtiendrait probablement des résultats plus significatifs en mesurant leur évolution sur des périodes de quelques années.

CHAPITRE 4

L'APPRENTISSAGE DU CALCUL PAR LA PROGRAMMATION, ET LE VÉCU COLLÉGIAL

L'expérimentation rapportée au chapitre précédent consistait à proposer à des étudiants en situation de classe, une démarche d'apprentissage du calcul par la programmation en Logo. L'évaluation des apprentissages, l'observation des comportements et la mesure des attitudes des étudiants à l'égard des mathématiques devaient permettre d'étudier les effets propres à cette démarche sur ces trois variables.

Mais, outre ces résultats quantitatifs, la même expérimentation avait permis de recueillir une foule de données qualitatives provenant entre autres de commentaires émis spontanément par les personnes impliquées de près ou de loin dans cette recherche, de conversations individuelles ou en groupe, de discussions en classe, des travaux divers exécutés par les étudiants, et de façon générale, des actions et interventions posées à un moment ou l'autre de cette recherche. Le Chapitre 4 se propose de continuer l'analyse amorcée au chapitre précédent, en exploitant de façon plus informelle ces diverses sources de renseignements.

L'objectif de ce chapitre est triple: dégager quelques traits qui, selon l'état actuel de nos connaissances, semblent caractériser l'activité des étudiants en situation d'apprentissage des mathématiques par la programmation au niveau collégial, décrire les réactions des étudiants à cette approche expérimentale et faire connaître les conditions d'opérationnalisation de cette démarche dans le cadre du système pédagogique actuellement en vigueur.

4.1 INCURSION DANS LE DOMAINE DE L'APPRENTISSAGE

L'évaluation des apprentissages tenue au cours de l'expérimentation avait pour but de déterminer la mesure dans laquelle les étudiants soumis à la démarche expérimentale avaient atteint les objectifs traditionnels du calcul. L'analyse des résultats de cette évaluation a également permis de faire connaître encore que très sommairement, en quoi l'apprentissage résultant semble se distinguer de l'apprentissage traditionnel.

Pour aller plus loin dans cette direction, nous avons cru qu'il pourrait être intéressant de présenter ici à titre d'exemple, les diverses solutions présentées par les étudiants du groupe expérimental en réponse à un problème très simple qui leur fut proposé en début de session. Il s'agissait en l'occurence de tracer à l'écran un système d'axes cartésiens gradués.

Nous reproduisons ici huit solutions allant de la plus élémentaire à la plus sophistiquée.

1) POUR AXES
VE ORIGINE AV 1000 ORIGINE
DR 90 AV 1000 ORIGINE
FIN

C'est l'enfance de l'art : deux axes perpendiculaires, non gradués, tracés sans aucun souci des dimensions de l'écran; la commande ENROULE évitera les problèmes. Un seul étudiant se contentera de cette procédure.

2) POUR CART
AV 119 RE 238 AV 119 DR 90 AV 119 RE 238 ORIGINE
REP 9 [AV 10 DR 90 AV 2 RE 4 AV 2 GA 90]
ORIGINE
DR 90 REP 12 [AV 10 DR 90 AV 2 RE 4 AV 2 GA 90] ORIGINE
GA 90 REP 12 [AV 10 DR 90 AV 2 RE 4 AV 2 GA 90] ORIGINE
DR 180 REP 9 [AV 10 DR 90 AV 2 RE 4 AV 2 GA 90] ORIGINE
FIN

Ici on tient compte des dimensions de l'écran et la graduation est adéquate. Cependant la prodécure est longue et linéaire. L'exécution répétitive d'une instruction est obtenue par la commande REPETE mais la même instruction est écrite quatre fois. A peu de détails près, huit étudiants conserveront cette procédure tout au long de la session, dont 2 qui atteindront un haut niveau de performance à l'évaluation.

3)
```
POUR PLAN
LC FPOS [0 -90] BC
AV 180
LC FPOS [-90 0] BC
DR 90
AV 180
CT
FIN

POUR PLAN.3
PLAN
GA 90
LC FPOS [-90 -5] BC
REPETE 18 [AV 10 LC FPOS PH XCOR + 10 -5 BC]
LC FPOS [5 -90] BC
GA 90
REPETE 18 [AV 10 LC FPOS PH 5 YCOR + 10 BC]
FIN
```

L'idée de la programmation modulaire apparaît. Une procédure maîtresse appelle une sous-procédure traçant les axes puis les gradue.
Les répétitions sont moins nombreuses que dans la procédure précédente et le procédé utilisé pour la graduation est un mélange de géométrie cartésienne et de géométrie locale. Six étudiants écriront des procédures de ce type.

4) POUR AXES
REP 10 [INTERVALLE] ORIGINE
DR 90 REP 10 [INTERVALLE] ORIGINE
GA 90 REP 10 [INTERVALLE] ORIGINE
DR 180 REP 10[INTERVALLE] ORIGINE
FIN

POUR INTERVALLE
AV 10 DR 90 AV 5 RE 10 AV 5 GA 90
FIN

Ces procédures présentent deux points d'intérêt: d'abord on a recours à une sous-procédure très courte pour effectuer l'opération qui devra être répétée si souvent, i.e. tracer un segment d'axe et un trait de graduation. Mais surtout, on prend ses distances par rapport au mode utilisé pour tracer un système d'axes sur papier, c'est-à-dire qu'on réalise que, à l'écran, il n'est pas nécessaire de tracer d'abord les axes et que la Tortue peut les tracer en même temps que la graduation. Cependant, la procédure maîtresse contient encore des répétitions qui pourraient être évitées. Au total,cinq étudiants s'y prendront de cette façon, dont deux très bons.

5) POUR AXGRAD
RE 120 REPETE 24 [TRAITS] ORIGINE DR 90 RE 140 REPETE 28 [TRAITS]
ORIGINE
FIN

POUR TRAITS
AV 10 DR 90 AV 2 RE 4 AV 2 GA 90
FIN

Ces procédures ressemblent aux précédentes, mais les répétitions sont diminuées de moitié en traçant deux axes plutôt que quatre demi-axes. De plus, l'effet obtenu est plus joli car les traits de graduation sont plus délicats. Ces procédures sont l'oeuvre d'une équipe de deux étudiants.

6)
```
POUR AXE
CT FENETRE
REP 4 [REP 20 [AV 10 GA 90 AV 1 RE 2 AV 1 DR 90] RE 200 DR 90]
FIN
```

Cette procédure très concise utilise les commandes REPETE emboîtées. On la retrouve sur les disquettes de deux étudiants, mais l'inspiration du professeur est évidente.

7)
```
POUR AXE   :A :B
REP 4 [AV :A RE :A DR 90]CT
REP 4 [REP :A / :B [AV :B DR 90 AV 5 RE 10 AV 5 GA 90] RE :A DR 90]
FIN
```

Voici la première procédure donnant des axes de longueur variable, munis d'une graduation variable. On remarque que les traits de graduation sont lourds et que la 1ère ligne de la procédure est inutile, mais le procédé est ingénieux et le résultat fort intéressant. Elle est l'oeuvre de deux étudiants de force moyenne en mathématiques.

8) POUR AXES :X :Y
CT ORIGINE
GRAD :Y ENTIER 120 / :Y
DR 90
GRAD :X ENTIER 140 / :X
DR 90
GRAD :Y ENTIER 120 / :Y
DR 90
GRAD :X ENTIER 140 / :X
FIN

POUR GRAD :A :N
REP :N [AV :A GA 90 AV 1 RE 2 AV 1 DR 90]
RE :N * :A
FIN

Cette procédure donne un système d'axes dont la graduation est variable et peut être différente sur chacun des axes. Elle est particulièrement utile pour la représentation graphique des fonctions trigonométriques, et en général de toutes les fonctions dont les valeurs significatives se situent au voisinage de 0.

Nous croyons que cet ensemble de procédures illustre bien les caractéristiques de l'activité des étudiants en situation d'apprentissage des mathématiques par la programmation. A ce sujet, nous nous permettons les remarques suivantes:

1) la diversité des procédures souligne le caractère personnel du travail et de la réflexion qui sont à la base d'une solution donnée. L'ingéniosité de chacun imprime à la solution une direction de départ qui sera respectée par le professeur, de sorte que le produit fini différera d'un étudiant ou d'une équipe à l'autre et sera une concrétisation de la représentation mentale que chacun se fait d'un système d'axes cartésiens.

2) toutes les solutions sont bonnes (sauf peut-être la première qui est incomplète puisqu'elle ne comporte pas de graduation des axes). Tous les efforts ont donc été couronnés de succès, ce qui est normal dans le cas de ce problème très simple. Mais pour y arriver, les étudiants ont dû:

. réfléchir au sujet des propriétés caractéristiques d'un système d'axes perpendiculaires gradués, et sur la façon d'en tracer un à l'écran. Quels angles les axes forment-ils entre eux ? Quelles dimensions donneront des intervalles intéressants pour x et pour y ? Combien de tâches différentes ce problème implique-t-il ? Y a-t-il des tâches superflues ?

. observer ce qui se passe lorsque l'ordinateur exécute les instructions données. Y a-t-il congruence entre ce qu'on voulait faire et ce qu'on a demandé à l'ordinateur de faire ?

. corriger des erreurs de logique ou d'expression.

On est loin de la contruction machinale à main levée, car en programmation, il n'y a pas de problème banal.

3) le temps nécessaire pour construire une ou des procédures permettant de tracer un système d'axes est de beaucoup supérieur à celui que requiert le tracé sur papier. Cependant,

. une fois ce travail fait, le système d'axes pourra être obtenu instantanément à l'écran tout au long de la session, alors que sur papier, l'étudiant refera des centaines de fois les mêmes opérations, sans qu'il y ait apprentissage mathématique additionnel;

. le système sera toujours impeccable alors que, pour cette tâche si souvent répétée, l'étudiant se contentera souvent d'un tracé à main levée;

. la réflexion impliquée dans ce travail sera récupérée lorsqu'on abordera les systèmes non orthogonaux ou la représentation en coordonnées polaires.

4) l'esthétique entre en ligne de compte. Si les traits de graduation sont trop longs ou trop rapprochés, l'étudiant n'aura qu'à modifier une ou deux données à l'aide de l'éditeur. Il n'hésitera donc pas à retoucher son travail pour obtenir un effet plus intéressant visuellement. A ce stade, il sera porté à comparer son travail à celui de ses confrères, à discuter du procédé utilisé et du résultat obtenu.

Comme on le constate, le niveau de performance en Logo et l'habileté en programmation à la deuxième semaine de cours varient d'un étudiant à l'autre. Pour résoudre ce problème simple, l'étudiant doit déjà avoir recours à un certain nombre de stratégies intellectuelles: décomposer le problème en tâches élémentaires, structurer les procédures de façon logique, éviter les répétitions, considérer le produit fini avec un oeil critique,... D'une part, ces stratégies sont hautement transférables à d'autres tâches, et il importe que l'étudiant en prenne conscience. D'autre part, les programmes construits par un étudiant en disent long sur son activité et son degré de développement intellectuel, et il est possible de tirer profit de cette activité pour lui apporter une aide plus adéquate.

4.2 RÉACTIONS DES ÉTUDIANTS

Tout au long de la session, nous avons tenté de recueillir, verbalement ou par écrit, les réactions des étudiants face à l'intégration de l'ordinateur en mode de programmation dans l'apprentissage des mathématiques. Voici quels sont les résultats de cette consultation.

Travail en laboratoire

1) 80% des étudiants préfèrent travailler par équipes de deux, 10% préfèrent travailler seul et les autres sont indifférents.

2) 68% des étudiants déclarent avoir reçu de l'aide du professeur, aussi souvent qu'ils en ressentaient le besoin, alors que les autres soutiennent qu'ils passaient trop de temps à attendre. Le nombre moyen de

consultations était de 2 à 3 par élève par heure, et deux étudiants estiment qu'il devrait y avoir plus de professeurs au laboratoire.

3) 68% des étudiants déclarent avoir senti le besoin de consulter plus souvent leurs pairs que dans une autre forme d'apprentissage.

Travail en classe

La moitié des étudiants demandent que le professeur donne en classe plus d'explications sur le travail à faire en laboratoire. Ils disent avoir de la difficulté à "faire des liens entre le Logo et le cours", et conséquemment, à comprendre ce qui leur est demandé.

Travail à la maison

1) En dehors des heures de classe, les étudiants déclarent avoir travaillé entre 0 et 12 heures à la maison, pour une moyenne de 7 heures par semaine.

2) La majorité des étudiants déclarent manquer de temps pour travailler sur les exercices traditionnels (le "vrai" travail mathématique!), étant donné que les examens portent sur ce genre de problèmes.

3) Du même souffle, la majorité des étudiants déclarent manquer de temps ordinateur, et déplorent de n'en pas avoir à la maison.

Ce qu'ils ont aimé le mieux

. construire des procédures (9 étudiants)
. apprendre la programmation, Logo, le travail sur ordinateur (6 étudiants)
. apprendre les maths d'une autre façon (4 étudiants)
. le travail par équipes, la discussion en groupe (1 étudiant)
. l'exécution des procédures (1 étudiant)

Ce qu'ils ont aimé le moins

. corriger les procédures (debugging) (6 étudiants)
. manquer de temps, ne pas pouvoir rencontrer les échéances (5 étudiants)
. construire des procédures (3 étudiants)
. attendre des explications (2 étudiants)

Les étudiants ont fourni un effort de travail assez considérable. Dans l'ensemble, 80% des étudiants trouvent cette façon d'apprendre les mathématiques plus difficile, plus exigeante que les façons traditionnelles "car il faut faire beaucoup de réflexion, faire attention aux erreurs d'écriture", "il faut que l'ordinateur comprenne ce qu'on écrit car il n'exécutera pas nos procédures. Tout le temps qu'il y a des erreurs dedans, cela ne marche pas, cela devient décourageant". "Parfois on est fâché parce qu'on ne comprend pas bien nos erreurs. Tandis qu'avec la méthode traditionnelle, si tu apprends tes formules, le tour est joué. Si on fait une erreur de calcul ou de signe, c'est beaucoup plus facile à voir".

Quelques étudiants préféreraient qu'on leur donne les procédures toutes faites, mais la plupart se rendent compte que tout l'intérêt et l'apprentissage mathématique passent pas la construction de procédures. Certains prédisent même que c'est la voie de l'avenir "pour avoir ou former des enfants surdoués"!

Notons en terminant que six de nos étudiants ont manifesté l'intention de participer au concours de production de logiciel lancé par la maison Puce pour les étudiants des niveaux primaire et secondaire. Il reste à souhaiter que cet éditeur que nous avons contacté fasse une place aux étudiants du niveau collégial.

4.3 OPERATIONNALISATION DE LA DEMARCHE

Quelles sont les conditions nécessaires à l'implantation d'une démarche d'enseignement et d'apprentissage des mathématiques par la programmation au niveau collégial ? Au cours des paragraphes qui suivent, nous allons préciser les circonstances qui, selon notre expérience, sont souhaitables au départ.

4.3.1 Environnement matériel et technologique

La première contrainte est de disposer d'un laboratoire contenant au moins un micro-ordinateur pour deux étudiants. La plupart des étudiants préfèrent travailler par équipes de deux, mais certains préfèrent travailler seuls, et nous croyons que ce choix doit être respecté dans la mesure du possible.

Pour la programmation Logo, ces micros-ordinateurs doivent être munis d'au moins 64 K de mémoire. C'était le cas des appareils de type Apple IIe avec lesquels nous avons conduit l'expérimentation, avec la version française de Logo de LCSI.

Cependant, certains de nos logiciels, le dériveur par exemple, occupaient toute la mémoire de l'espace de travail, ce qui nécessitait des opérations de recyclage avant de passer à l'exécution. C'est pourquoi on ne put inclure dans ce logiciel, la dérivation de fonctions composées, ni celle des fonctions trigonométriques.

Des 20 moniteurs du laboratoire, 2 seulement étaient des moniteurs couleur. En conséquence, cet aspect ne fut pas très exploité par nos étudiants. De plus, tous les ordinateurs étaient équipés de lecteurs de disquettes doubles, mais les étudiants n'en utilisaient que le premier. Enfin, ces ordinateurs étaient reliés à 12 imprimantes, qu'ils utilisaient pour emporter une copie de leurs procédures et un tracé de leur travail sur ordinateur, afin de compléter chez eux les documents d'accompagnement demandés

dans les travaux. Cependant, le temps d'utilisation des imprimantes était relativement court et on aurait pu se tirer d'affaire avec quatre ou même deux de ces appareils.

Le laboratoire était en outre équipé d'un tableau que nous utilisions à l'occasion pour donner une explication rapide en grand groupe, surtout lors de la période d'introduction à Logo.

Un micro-ordinateur de même type, monté sur un chariot, pouvait être amené en classe pour des fins de démonstration: il ne fut utilisé que deux fois durant la session. Par contre, un dernier micro-ordinateur localisé dans notre bureau pour la durée de la recherche, s'avéra un outil indispensable à cette forme d'enseignement, à la fois pour préparer du matériel, pour dépanner les étudiants qui venaient nous consulter entre les cours et pour corriger et évaluer les travaux des étudiants.

Ce mode d'utilisation de l'ordinateur est relativement indépendant de la quincaillerie et des logiciels. L'an prochain nous disposerons d'un laboratoire équipé d'appareils de type Olivetti (compatibles IBM), dotés de 256 K de mémoire et reliés en réseau, ce qui simplifiera le chargement du langage.

4.3.2 Organisation pédagogique

Pour un cours dispensé à raison de cinq heures par semaine, nous croyons que deux heures de laboratoire sont suffisantes. Au cours de l'expérimentation, nous passions ces deux heures consécutives au laboratoire et les étudiants n'éprouvaient pas de problème de concentration, puisque la plupart passaient les 120 minutes devant leur appareil, et qu'ils n'en partaient que chassés par le groupe suivant. L'an prochain nous disposerons de deux périodes séparées, ce qui sera peut-être de nature à augmenter la productivité du temps de laboratoire.

Nous avons déjà dit que le travail par équipes de deux nous semble le plus propice à maintenir l'activité et la motivation à des niveaux élevés. Quant à la formation des équipes, elle se fait de façon spontanée au début du cours, mais nous nous permettons quelques conseils lorsque des étudiants rencontrent des problèmes à ce sujet. Nous avons remarqué que les étudiants ont tendance à se regrouper par équipes homogènes, i.e. fort-fort, moyen-moyen ou faible-faible. Il est évident que les étudiants qui tapent habilement au clavier disposent d'un atout considérable.

Nous avons assumé à deux le support au laboratoire pendant la période d'introduction à Logo, avec un groupe de 34 étudiants qui diminua bientôt à 25. Par la suite, les étudiants ne disposèrent que des services d'un seul professeur, et nous demeurons convaincues que ce ratio est suffisant malgré les commentaires de certains étudiants, car notre but est de les mener à l'autonomie.

En dehors des heures de classe, il est absolument nécessaire que le laboratoire soit accessible aux étudiants, en temps suffisant pour qu'ils puissent y passer au moins deux heures par semaine au besoin. Nous avons cru remarquer que les étudiants réussissent toujours à faire le travail demandé, mais le temps requis est vraiment très élevé pour certains.

4.3.3 Ressources pédagogiques et didactiques

Les ressources pédagogiques à la disposition des professeurs ou des élèves pour ce type d'approche sont, à notre connaissance, pratiquement inexistantes. On trouvera à la section des références, les volumes dans lesquels nous avons glané, au cours de cette recherche, ici une idée, là un problème ou une approche.

Cette carence de documentation n'a rien pour étonner puisque l'approche est encore strictement expérimentale. Nous constatons toutefois que chaque rencontre avec des professionnels de l'éducation dans des milieux différents

est la source de nouvelles idées. Notre séjour d'études à l'Université de Paris VII en juin 85 nous a mises en contact avec une application de Logo au monde de la petite robotique, mise de l'avant par M. Martial Vivet, Maître de conférence à l'Université du Mans. De même, notre participation au colloque Logo 85 tenu au M.I.T. en juillet 85 nous a permis de prendre connaissance des travaux de recherche actuellement en cours au sujet de l'apprentissage de l'algèbre et du calcul par l'intermédiaire de la programmation.

Mais pour le moment, le professeur intéressé par cette forme d'enseignement doit prévoir préparer lui-même une bonne partie du matériel pédagogique nécessaire, ce qui s'ajoutera au temps de disponibilité assez important qu'il devra consacrer à ses étudiants.

Les activités d'apprentissage présentées dans ce rapport correspondent chacune à une période de trois semaines environ, et requièrent de la part de l'étudiant une synthèse de ses connaissances et un certain niveau de maîtrise de la programmation tôt après le début du cours. On pourrait leur préférer une séquence d'activités plus courtes, centrées sur un contenu mathématique donné, et permettant à l'étudiant de développer plus graduellement des habiletés en programmation.

Ces activités pourraient ainsi demander successivement à l'étudiant de:

. commander l'exécution d'une procédure;
. discuter des résultats obtenus, en faisant varier les entrées s'il y a lieu;
. simuler l'exécution d'une procédure;
. annoter une procédure pour en expliquer les caractéristiques;
. compléter une procédure;
. prédire l'output d'une procédure;
. modifier une procédure de façon qu'elle produise des résultats différents mais connexes;
. analyser les messages d'erreur transmis par l'ordinateur et en tirer des inférences;
. identifier et corriger les erreurs contenues dans une procédure;
. construire des procédures;

. comparer des programmes contenant plusieurs procédures, du point de vue de leur structure, de leur logique, de leur efficacité, de leur rapidité,...
. construire des programmes contenant plusieurs procédures.

Nous croyons également qu'il serait possible de promouvoir encore davantage l'individualisation de cette démarche d'enseignement et d'apprentissage en proposant à l'étudiant des objectifs et des activités parmi lesquels il aurait à faire un choix suivant ses aptitudes, ses intérêts ou ses ambitions. De plus, il serait facile, en adoptant un système d'évaluation plus souple, de permettre à chaque étudiant de progresser à un rythme qui lui soit plus naturel, selon les principes de la pédagogie de la maîtrise où un individu travaille à un même objectif tant qu'il n'a pas atteint un niveau de performance pré-déterminé.

Cette mesure pourrait aider à résoudre le problème du manque de temps signalé par plusieurs étudiants. Toutefois, afin d'aider les étudiants à adopter un échéancier raisonnable, il y aurait peut-être lieu de les inciter encore davantage à préparer leur travail en laboratoire en n'y acceptant que ceux qui ont déjà analysé le problème par écrit. Une attention plus individuelle au cheminement des étudiants pourrait avoir pour effet de diminuer les nombres d'échecs et d'abandons.

4.3.4 Clientèle

A date, nous avons expérimenté l'apprentissage du calcul par la programmation avec trois groupes constitués surtout d'étudiants du secteur professionnel, soit d'Electrotechnique ou de Techniques administratives.

Chez ces trois groupes, nous avons rencontré une motivation à apprendre le travail sur ordinateur, et des dispositions variables à l'égard des mathématiques. Dans les deux cas l'expérience s'est avérée positive, malgré que les étudiants aient trouvé l'approche plus exigeante que celle à laquelle ils étaient habitués. Fait à signaler, sur les 75 étudiants de ces divers groupes,

8 des 9 étudiants adultes (i.e. âgés de 21 ans ou plus) ont montré une motivation et fourni une performance supérieures à la moyenne.

Il sera intéressant d'appliquer cette démarche avec des étudiants du secteur général, en particulier ceux des Sciences Pures et Sciences de la Santé, lorsque l'organisation pédagogique le permettra. Nous estimons toutefois qu'en aucun cas cette démarche (pas plus qu'une autre d'ailleurs), ne devrait être imposée à des étudiants.

CONCLUSION

Au terme de cette recherche, quelles conclusions est-il possible de dégager au sujet de l'enseignement et de l'apprentissage des mathématiques basé sur la programmation en Logo au niveau collégial ?

En premier lieu, il apparaît que le calcul différentiel se prête particulièrement bien à cette approche. Il a été possible de structurer autour des principaux thèmes du calcul, des activités d'apprentissage dans lesquelles les qualités propres de l'ordinateur – pour la représentation graphique, l'exécution de tâches répétitives, le calcul, l'exploration des processus infinis et des concepts de limite et de continuité, la vérification des hypothèses et, de façon générale, comme outil à penser – sont exploitées de multiples façons. Cependant, nous sommes conscientes que le matériel élaboré au cours de cette recherche n'est que le modeste résultat d'une première réflexion, mais nous comptons que les efforts conjugués de tous ceux que la question intéresse produiront au cours des années à venir, un matériel qui pourra être la source d'apprentissages riches et variés, tant sur le plan cognitif que mathématique.

Nous croyons que l'expérimentation a confirmé qu'il est possible d'assurer l'acquisition à un niveau acceptable, des connaissances et habiletés traditionnellement visés par un premier cours de calcul, sans pour autant consacrer à l'atteinte de cet objectif tout le temps et les énergies disponibles. Et bien que l'expérimentation n'ait pas permis de vérifier les effets de l'apprentissage par la programmation sur le développement intellectuel, à la fois à cause du mode d'évaluation choisi, et aussi parce que le développement intellectuel est un processus lent que ne sauraient forcer quatre mois d'apprentissage, nous croyons que la démarche expérimentée, et que nous considérons toujours en voie d'élaboration, est susceptible de causer à long terme un apprentissage de meilleure qualité, ne serait-ce que par le fait qu'elle met l'étudiant en face d'un miroir intellectuel, c'est-à-dire qu'elle lui permet d'extérioriser son propre raisonnement, d'en faire un objet qu'il peut examiner, critiquer, corriger et améliorer à son aise.

Suite à l'expérimentation, nous pouvons également affirmer que cette démarche suscite des comportements actifs et réfléchis. A l'opposé du travail sur papier, le travail sur ordinateur fournit à l'étudiant un feedback immédiat sur ses actions. L'étudiant peut alors réagir à ce stimulus en continuant ou en modifiant son action, selon que le feedback est positif ou négatif par rapport à ses attentes. Rendu à un point mort, l'étudiant voudra consulter son professeur ou ses collègues, mais dans chaque cas, il devra formuler verbalement ses intentions et ses difficultés.

Au plan de l'évolution des attitudes, nous n'avons pas mesuré de différence significative. Cependant, l'assiduité des étudiants aux cours et au laboratoire ainsi que le nombre d'heures de travail fournies nous incitent à croire que les étudiants sont prêts à s'investir considérablement dans une démarche exigeante mais qu'ils jugent motivante. D'ailleurs l'intégration plus harmonieuse du contenu du programme et des objectifs visés spécifiquement par l'intégration de l'ordinateur devrait permettre de proposer à l'étudiant une charge de travail plus normale, et lui éviter l'impression de "courir deux lièvres à la fois".

Pour toutes ces raisons, et parce que notre objectif n'est pas de rendre l'apprentissage plus facile mais plus valable, nous croyons que cette approche d'enseignement et d'apprentissage pourrait bien s'avérer une des applications pédagogiques de l'ordinateur les plus profitables au niveau collégial.

Les quelques résultats que nous avons obtenus à date nous incitent à prolonger la recherche dans plusieurs directions. De façon immédiate, nous voulons retoucher notre matériel didactique de façon à rendre les activités plus explicites et à permettre une acquisition plus graduelle des habiletés en programmation. Nous nous proposons également de le compléter en constituant une banque de fonctions dont la représentation à l'écran présente un intérêt particulier, ainsi qu'un répertoire de problèmes offrant des similitudes avec ceux qu'on rencontre dans la vie courante.

Au cours de l'année 85-86, nous travaillerons à un nouveau projet visant à relier les styles cognitifs des étudiants à la démarche d'apprentissage par la programmation. A la session d'automne, nous travaillerons avec trois groupes d'étudiants au cours 102, puis avec ces mêmes étudiants, nous travaillerons au cours 103 à la session d'hiver. Ce plan permettra de répartir sur l'année entière et ainsi de rentabiliser l'apprentissage de la programmation.

Par ailleurs, nous croyons qu'il est très important que se continuent, ici et dans d'autres milieux, les recherches sur l'apprentissage, afin de déterminer de façon plus précise quels sont les véritables apprentissages qui résultent de l'intégration de la programmation au curriculum. Dans ce domaine, les techniques de l'entrevue individuelle et de l'analyse de contenu des solutions de problèmes donneraient possiblement des résultats intéressants et à coup sûr plus précis que ce à quoi permet d'arriver l'expérimentation avec des groupes-classes entiers.

Les données ainsi recueillies permettraient de construire des instruments d'évaluation adaptés à ce mode d'apprentissage.

Dans la perspective où l'apprentissage par la programmation vise des objectifs différents de l'enseignement traditionnel, il pourrait aussi s'avérer intéressant de déterminer par une recherche documentaire ou autre quelles sont les connaissances et habiletés mathématiques réellement requises en 1985 pour la poursuite des études universitaires dans les différentes orientations. Ceci permettrait de fixer avec plus de certitude le "niveau minimum acceptable" auquel il a été fait référence dans ce rapport.

Un autre projet, plus technique celui-là et requérant des compétences plus variées, consisterait à construire une version de Logo adaptée aux besoins de l'enseignement des mathématiques de niveau collégial et exploitant au maximum les caractéristiques des micros-ordinateurs actuellement disponibles.

L'apparition de l'ordinateur pose un défi de taille à tous les partenaires en éducation. Saurons-nous tirer profit de ses ressources ?

APPENDICE A

SONDAGE

Buts atteints, par ordre décroissant de fréquence

1. Sélectionner les candidats aux études supérieures et aux différentes carrières.
2. Développer des habiletés, très souvent des recettes.
2. Couvrir les programmes, les préalables universitaires.
4. Dévaloriser, décourager les élèves qui échouent.
5. Préparer aux études supérieures, au choix de carrière.
5.* Construire des raisonnements, les enchaîner logiquement.
7. Augmenter la capacité à résoudre des problèmes de mathématiques.
8. Acquérir des connaissances, des habiletés peu transférables.
8. Consolider les acquis du secondaire.
8* Développer l'esprit d'analyse et de synthèse.
8.* Former aux processus inductif et déductif.
12. Apprendre à abstraire, généraliser, utiliser des symboles.
13. Développer des attitudes relevant de l'esprit scientifique.
13. Apprendre la concentration, l'effort soutenu, le courage.
13. Représenter des phénomènes sous forme de modèle mathématique.
13.* Acquérir des habiletés de clareté, de rigueur, de précision.
13.* Critiquer et corriger son propre raisonnement.
18. Développer une méthode de travail personnelle.
18. Mathématiser des situations concrètes.
18. Acquérir un langage formel.
18. Relier les mathématiques au vécu réel.
18. Développer imagination, intuition, créativité.
18. Elargir la culture de l'étudiant.
18. Etablir une relation professeur-étudient harmonieuse.
18.* Formuler et vérifier des hypothèses.

* Atteint par une minorité d'étudients seulement.

BUTS ATTEINTS CALCULS

BUTS A ATTEINDRE Nos-ORDRE ALEATOIRE	FREQUENCE S_1 (non-expert)	FREQUENCE S_2 (expert)	FREQUENCE TOTALE	RANG
1	-	1	1	18
2	-	-	-	-
3	5	2	7	5
4	-	-	-	-
5	3	4	7	5
6	-	1	1	18
7	-	-	-	-
8	3	8	11	2
9	-	-	-	-
10	2	2	4	8
11	1	-	1	18
12	1	1	2	13
13	2	1	3	12
14	-	-	-	-
15	-	-	-	-
16	-	1	1	18
17	6	6	12	1
18	1	3	4	8
19	-	2	2	13
20	5	6	11	2
21	1	-	1	18
22	-	-	-	-
23	1	1	2	13
24	1	1	2	13
25	3	1	4	8
26	-	1	1	18
27	2	3	5	7
28	2	-	2	13
29	-	1	1	18
30	1	-	1	18
buts atteints mais non visés	2 4	6 -	8 4	4 8

Buts à atteindre, par ordre d'importance décroissante

1. Construire des raisonnements et les enchaîner logiquement.
2. Développer l'esprit d'analyse et de synthèse.
3. Acquérir des habitudes de rigueur, de clarté, de précision.
4. Apprendre à abstraire, utiliser des symboles, généraliser.
5. Former aux processus inductifs et déductifs.
6. Favoriser le recours aux procédures systématiques (planification, approche combinatoire, décomposition, hiérarchisation).
7. Représenter des phénomènes sous forme de modèles mathématiques.
8. Augmenter la capacité à résoudre des problèmes, en mathématiques et dans les autres domaines du savoir.
9. Critiquer et corriger son propre raisonnement.
10. Formuler et vérifier des hypothèses.
11. Développer des attitudes dites reliées à l'esprit scientifique (goût de la recherche, attention, observation).
12. Mathématiser des situations concrètes.
13. Développer l'intuition, l'imagination, la créativité.
14. Développer une méthode de travail personnelle et efficace.
15. Préparer aux études supérieures, à la carrière.
16. Couvrir les programmes, les préalables universitaires.
17. Acquérir des connaissances et des habiletés mathématiques.
18. Apprendre la concentration, l'effort soutenu, le courage.
19. Créer une motivation pour l'apprentissage des mathématiques.
20. Assurer la polyvalence de la formation fondamentale.
21. Acquérir un langage formel.
22. Développer la confiance en soi, faire aimer les mathématiques.
23. Consolider les acquis du secondaire.
24. Elargir la culture de l'étudiant.
25. Apprendre à l'étudiant l'usage des nouveaux outils technologiques.
26. Etablir une relation professeur-étudiant harmonieuse.
27. Démystifier les mathématiques, abolir les préjugés.
28. Respecter les rythmes et les styles d'apprentissage de façon que l'étude des mathématiques soit accessible à tous les étudiants.
29. Relier les mathématiques au vécu réel, parfois au détriment de certaines notions moins importantes du programme.
30. Sélectionner les candidats aux études et aux différentes carrières.

BUTS A ATTEINDRE
CALCULS

PONDERATION $S_1 = \Sigma x_i / n$	RANG S_1	PONDERATION $S_1 = \Sigma x_i / n$	RANG S_2	PONDERATION TOTALE	RANG TOTAL	ECART RANG S_1 - RANG S_2
5,4	1	4,8	1	5,1	1	0
6,9	2	5,0	2	6,0	2	0
8,0	3	6,3	3	7,2	3	0
8,0	3	6,8	4	7,4	4	-1
8,0	3	8,2	9	8,1	5	-6
11,3	9	6,9	5	9,1	6	+4
11,3	9	7,6	7	9,4	7	+2
9,7	7	9,3	10	9,5	8	-3
12,4	12	7,2	6	9,7	9	+6
12,0	11	7,6	7	9,8	10	+4
9,6	6	10,7	12	10,2	11	-6
9,8	8	14,9	17	12,6	12	-9
16,3	15	9,6	11	12,9	13	7
13,9	13	13,2	13	13,6	14	0
15,0	14	13,5	15	14,2	15	-1
18,2	21	12,2	14	15,4	16	+7
17,7	19	13,9	16	15,8	17	+3
17,0	16	15,4	19	16,2	18	-2
18,2	21	14,9	17	16,5	19	+4
17,3	17	17,4	21	17,3	20	-3
17,5	18	19,2	25	18,3	21	-5
18,4	23	19,0	24	18,7	22	-1
20,2	26	18,4	22	19,3	23	+4
22,2	28	17,2	20	19,7	24	+8
19,8	24	20,2	27	20,0	25	-3
21,1	27	19,7	26	20,4	26	+1
22,2	28	18,9	23	20,5	27	+5
19,8	24	22,7	28	21,0	28	-4
17,7	19	24,6	30	21,1	29	-11
28,3	30	22,8	29	25,2	30	+1

APPENDICE B

MATERIEL DIDACTIQUE

CALCUL DIFFÉRENTIEL
ET INTÉGRAL

201-103-77

FASCICULE D'INTRODUCTION AU LANGAGE LOGO
SUR APPLE IIe

Mai 1984

Jacqueline Thibault-Giord

PRESENTATION A L'ETUDIANT

Voici le cahier de préparation à notre cours de calcul différentiel et intégral (201-103-77) assisté par ordinateur. Il a pour but de te présenter les rudiments du langage LOGO, de t'initier au travail sur micro-ordinateur et de revoir avec toi les notions mathématiques préalables au cours de calcul.

Ce fascicule est divisé en cinq sections; dans chacune de ces sections on te présentera un aspect du langage LOGO et on verra les applications mathématiques qu'il est possible d'en tirer. La section 1 comprend les commandes graphiques et t'initiera à la construction de figures en géométrie de Tortue. La section 2 te fera connaître les commandes nécessaires pour gérer l'espace de travail, l'écran, le lecteur de disque et l'imprimante. Ceci te préparera à la section 3 où tu apprendras à programmer en LOGO, c'est-à-dire à écrire des procédures. La section 4 portera sur les nombres et les opérations et présentera d'autres expressions, ou primitives, du langage LOGO. Enfin dans la section 5 tu verras comment, au moyen des mots et des listes, on arrive à travailler en géométrie cartésienne pour représenter graphiquement les fonctions polynomiales de degrés 1, 2 et 3.

Ce cahier n'a pas la prétention de couvrir l'ensemble du langage LOGO. Il ne contient que le minimum nécessaire à l'apprentissage du calcul par la programmation. Il te servira de guide dans la construction de trois fichiers de procédures que tu réutiliseras ensuite pendant le cours. Il aura atteint son but s'il réussit à te donner le goût, et les moyens, d'explorer sur l'ordinateur les concepts mathématiques du calcul.

SECTION 1

COMMANDES GRAPHIQUES

PRIMITIVES AGISSANT SUR LA TORTUE

AVANCE
AV

AVANCE distance (commande)
Déplace la tortue sur son cap, du nombre de pas indiqué par distance.

Ex.: AV 100

RECULE
RE

RECULE distance (commande)
Déplace la tortue vers l'arrière, du nombre de pas indiqué par distance.

Ex.: RE 70

GAUCHE
GA

GAUCHE degrés (commande)
Fait tourner la tortue vers la gauche, dans le sens inverse des aiguilles d'une montre, du nombre de degrés indiqué.

Ex.: GA 85

DROITE
DR

DROITE degrés (commande)
Fait tourner la tortue vers la droite, dans le sens des aiguilles d'une montre, du nombre de degrés indiqué.

Ex.: DR 43

CT

CT (commande) (abbréviation pour Cachetortue)
Rend la tortue invisible; elle dessine plus rapidement quand elle est cachée.

MT

MT (commande) (abbréviation pour Montretortue)
Rend la tortue visible.

ORIGINE

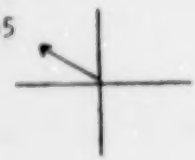
ORIGINE (commande)
Amène la tortue au centre de l'écran et fixe le cap à 0.

FCAP

FCAP degrés (commande)
Fait pointer la tortue dans la direction indiquée par degrés. Nombre positif indique rotation dans le sens des aiguilles d'une montre, négatif dans le sens contraire.

Ex.: FCAP 45

FCAP -45



FPOS

FPOS position (commande)
Place la tortue à la position indiquée en coordonnées cartésiennes.

Ex.: FPOS [100 50]

FX

FX x (commande)
Déplace la tortue horizontalement jusqu'au point d'abscisse x. L'ordonnée reste inchangée.

Ex.: FX -100

FY

FY y (commande)
Déplace la tortue verticalement, jusqu'au point d'ordonnée y. L'abscisse reste inchangée.

Ex.: FY 65

PRIMITIVES RENSEIGNANT SUR L'ETAT DE LA TORTUE

CAP

CAP (opération)
Retourne la direction (le cap) de la tortue qui est un nombre décimal entre 0 et 360. LOGO compte les degrés comme sur la boussole: 0° est au nord, 90° à l'est, 180° au sud, 270° à l'ouest.

POSITION — POSITION (opération)
POS — Retourne les coordonnées de la position actuelle de la tortue sous la forme d'une liste [x y].

XCOR — XCOR (opération)
Retourne l'abscisse x de la position actuelle de la tortue.

YCOR — YCOR (opération)
Retourne l'ordonnée y de la position actuelle de la tortue.

VERS — VERS position (opération)
Retourne le cap que la tortue doit adopter pour pointer vers la position désignée.
Ex.: VERS [20 10] (retourne 63.4348 degrés, lorsque la tortue est à l'origine).

PRIMITIVES AGISSANT SUR LE CRAYON

BC — BC (commande) (pour Baisse Crayon)
Place le crayon en position d'écriture. La tortue laissera un trait lors de ses déplacements.

LC — LC (commande) (pour Lève Crayon)
Le crayon est levé. La tortue ne dessine plus.

GC — GC (commande) (pour Gomme Crayon)
Le crayon de la tortue se transforme en gomme à effacer. La tortue effacera toute ligne sur laquelle elle passera.

FCC — FCC codecouleur (commande) (pour fixe couleur crayon).
Fixe la couleur du crayon à la couleur définie par le codecouleur.

0 = noir	3 = violet
1 = blanc	4 = orange
2 = vert	5 = bleu

PRIMITIVE RENSEIGNANT SUR L'ETAT DU CRAYON

CC

CC (opération) (pour couleur crayon)
Retourne un nombre représentant la couleur actuelle du crayon.

PRIMITIVES AGISSANT SUR L'ECRAN

VE

VE (commande) (pour vide écran)
Efface l'écran graphique, retourne la tortue à la position [0 0] et fixe son cap à 0.

NETTOIE

NETTOIE (commande)
Nettoie l'écran graphique sans affecter la tortue.

BARRIERE

BARRIERE (commande)
Enferme la tortue dans un champ limité aux bords de l'écran. Message d'erreur si on tente de la déplacer plus loin.

ENROULE

ENROULE (commande)
Enroule le champ de la tortue autour des bords de l'écran. Si la tortue dépasse un bord de l'écran, elle réapparaît immédiatement sur le bord opposé.

FENETRE

FENETRE (commande)
Rend le champ de la tortue illimité. L'écran devient comme une fenêtre sur ce champ.

POINT

POINT position (commande)
Dessine un point à la position indiquée, sans bouger la tortue ni tracer de ligne.

Ex.: POINT [45 3] place un point à la position (45,3).

FECHELLE — FECHELLE n (commande) (pour fixe échelle)
Fixe le rapport d'échelle (rapport entre la longueur d'un pas vertical et celle d'un pas horizontal) à n.
Le rapport idéal pour la plupart des écrans est 0.8 .

Ex.: FECHELLE 0.5 donne à la longueur de chaque pas vertical une valeur qui est la moitié de celle d'un pas horizontal.

PRIMITIVES RENSEIGNANT SUR L'ÉTAT DE L'ECRAN

ECHELLE — ECHELLE (opération)
Retourne un nombre correspondant à l'échelle actuelle de l'écran.

COMMANDES UTILES

REPETE — REPETE n listeinstruction (commande)
Exécute listeinstruction n fois; n doit être un entier positif.

ECRIS
EC — ECRIS objet (commande)
Affiche objet à l'écran et passe à la ligne suivante.

Ex.: EC [BONJOUR L'AMI] affichera
BONJOUR L'AMI
EC 34 + 41 affichera
75

EXERCICES 1

1. Pour faire connaissance avec la Tortue, entre en mode dessin en tapant la commande VE. Qu'aperçois-tu ?

2. Que peut-on commander à une Tortue qui existerait dans un plan mathématique, comme par exemple, le dessus d'une table ou l'écran d'un moniteur ?

3. Pourrait-on également lui demander de sauter ? Pourquoi ?

4. Donc, que faudra-t-il préciser lorsqu'on voudra décrire l'état de la Tortue ?

5. En géométrie de Tortue, combien de commandes agissent sur la position de la Tortue ?

6. Tape AVANCE pour faire avancer la Tortue. (N'oublie pas d'appuyer sur la touche <RETOUR>). Que se passe-t-il ?

7. Tape AVANCE 100 (en n'oubliant pas l'espace entre AVANCE et 100).

8. D'après la trace laissée par la Tortue en avançant, quelle était l'orientation de la Tortue au départ ?

9. Quelle est son orientation actuelle ? Comment peux-tu t'en assurer ? Que faut-il faire pour éviter le message NE SAIS QUE FAIRE AVEC... ?

10. Ramène la Tortue à son point de départ en n'utilisant qu'une seule commande.

11. En géométrie de Tortue, combien de commandes agissent sur l'orientation de la Tortue ?

12. Oriente la Tortue vers le côté droit de l'écran.
Quelle commande lui as-tu donnée ? Aurais-tu pu obtenir le même résultat au moyen d'une autre commande ?

13. Fais avancer la Tortue de 100 unités ou 100 pas de Tortue, dans la direction où elle pointe actuellement.

14. Ramène la Tortue à son point de départ sans utiliser la commande RECULE. Combien d'instructions faut-il au moins ?

15. Fais disparaître la Tortue. Que remarques-tu en comparant la longueur du trait vertical et celle du trait horizontal tracés par la Tortue lors de ses déplacements ?

16. En prenant la longueur de ces traits comme référence, estime les dimensions de l'écran de l'Apple IIe.

17. En plaçant l'écran en mode BARRIERE, trouve les dimensions verticales et horizontales de l'écran.

18. Quelle est la longueur de la diagonale de l'écran ?
De combien de façons peux-tu la trouver ?

19. En plaçant l'écran en mode FENETRE, trouve les dimensions du champ de la Tortue. (Un indice: il est beaucoup plus grand que l'ecran).

20. Maintenant, reviens au mode ENROULE (qui est le mode par défaut, c'est-à-dire celui que LOGO utilisera si tu ne commandes pas un autre mode) et, après avoir orienté la Tortue à 0°, commande lui d'avancer de 5 000 pas. Que remarques-tu ?

21. Même question après avoir orienté la Tortue à 90°.

22. Même question après avoir orienté la Tortue à 45°.

23. Demande à l'ordinateur la valeur actuelle de l'échelle.

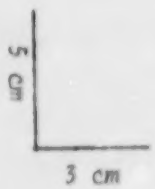
24. Après avoir ramené la Tortue à l'origine, dessine un carré de 50 pas de côtés. Sans effacer ce carré, fixe l'échelle à 0.5 et dessine un nouveau carré de 50 pas de côtés. Toujours sans effacer, fixe l'échelle à 1.2 et trace un nouveau carré. Comment ces trois carrés se comparent-ils ? Quel est l'effet de la commande FECHELLE ?

25. Quelle commande produit l'effet inverse de AVANCE 50 ?

26. Quelle commande produit l'effet inverse de DR 90 ? de GA 48 ?

27. Comment sont les commandes DR 60 et GA -60 ? Quel est le sens de rotation positif dans le système LOGO ?

28. Dessine la figure ci-contre à l'écran, puis efface-la en inversant les commandes utilisées pour le tracer.



29. Place la Tortue au centre de l'écran et dessine un X dont les branches auront 150 unités de longueur et qui se croiseront à angle droit au centre de l'écran, en utilisant uniquement les commandes AV, RE, DR et GA.

30. Peux-tu obtenir le même résultat en utilisant uniquement les commandes FPOS et FCAP ?

31. Peux-tu obtenir le même résultat en utilisant uniquement les commandes FX et FY ?

32. Dessine une ligne pointillée. .....

33. Dessine une suite de traits. — — — — —

SECTION 2

GESTION DE L'ESPACE DE TRAVAIL ET DES FICHIERS

Tu n'as pas encore appris ce qu'est une procédure ni comment en écire une, mais comme tu voudras conserver les procédures que tu écriras, nous allons voir dès maintenant les opérations nécessaires.

2.1 Formatage d'une disquette

Cette opération se fait en BASIC. Il faut donc la faire au début d'une séance de travail, avant de charger le langage LOGO.

1. Introduis la disquette DOS 3.3 System Master dans le lecteur de disque et referme la porte.

2. Allume le moniteur et l'ordinateur.

3. Lorsque le voyant rouge du lecteur de disque s'éteint, enlève la disquette DOS et insère la disquette vierge dans le lecteur de disque.

4. Tape INIT ALLO <RETOUR>.

5. Le voyant du lecteur se rallumera. Quand il s'éteindra à nouveau, l'opération formatage sera terminée.

6. Vérifie que ta disquette est bien formatée en tapant CATALOG.
   Si tout est normal, le nom du fichier ALLO doit apparaître à l'écran.

7. Retire ta disquette personnelle et charge le langage LOGO comme tu as appris à le faire.

2.2 Gestion de l'espace de travail

Avant d'enregistrer les procédures sur une disquette, il est prudent d'examiner les procédures contenues à ce moment dans la mémoire de travail de l'ordinateur. Il est important que tu saches deux choses:

1) la mémoire de travail de ton ordinateur n'est pas permanente. Elle ne contient que les procédures que tu as écrites depuis le début de la présente session de travail, et tout sera effacé de cette mémoire quand tu éteindras l'ordinateur. C'est pourquoi il est nécessaire d'enregistrer ce que tu veux conserver dans la mémoire permanente que constituent les fichiers d'une disquette.

2) l'enregistrement des procédures dans un fichier n'est pas sélectif. La commande SAUVE que nous verrons bientôt envoie dans un fichier toutes les procédures et toutes les variables contenues à ce moment dans l'espace de travail. C'est pourquoi, avant de constituer un fichier, il faut examiner ce que contient la mémoire de travail de l'ordinateur, afin d'éliminer ce que nous ne voulons pas pour différentes raisons, conserver dans ce fichier.

Les commandes utiles à cet effet sont:

EFFACE EF	EFFACE nom (commande) Efface de l'espace de travail la ou les procédures spécifiées par nom. Ex.: EFFACE " TRIANGLE effacera la procédure triangle. EFFACE [CARRE CERCLE] effacera les procédures CARRE et CERCLE.
EFTOUT	EFTOUT (commande) (pour efface tout) Efface de l'espace de travail toutes les procédures et toutes les variables qu'il contient.

IM — IM"nom (commande) (pour imprime).
Affiche la définition de chaque procédure spécifiée.

IMPS — IMPS (commande) (pour imprime procédures).
Affiche la définition de toutes les procédures.

IMTOUT — IMTOUT (commande) (pour imprime tout).
Affiche la définition de chaque procédure et la valeur de chaque variable.

IMTS — IMTS (Commande) (pour imprime titres).
Affiche la ligne-titre de chaque procédure.

2.3 Gestion des fichiers

Les commandes précédentes s'adressaient à la mémoire de travail de l'ordinateur. Les commandes suivantes s'adressent aux fichiers contenus sur une disquette:

CATALOGUE — CATALOGUE (commande).
Affiche sur l'écran le nom des fichiers contenus sur la disquette.

DETRUIS — DETRUIS "nom (commande).
Efface du disque le fichier spécifié par nom.

Ex.: DETRUIS "FIGURES détruira de la disquette le fichier appelé FIGURES.

RAMENE — RAMENE "nom (commande).
Ramène le contenu du fichier spécifié par nom dans l'espace de travail.

Ex.: RAMENE "DESSINS ramènera le fichier nommé DESSINS

SAUVE — SAUVE "nom (commande).

Crée un fichier du nom spécifié et y conserve toutes les procédures et toutes les variables de l'espace de travail. Si un fichier du même nom existe déjà, il faut le détruire avant d'utiliser à nouveau ce nom, car on ne peut enregistrer deux fichiers du même nom, ni ajouter des procédures à un fichier déjà existant. Les noms des fichiers ne doivent pas avoir plus de 30 caractères de longueur et ils ne doivent pas contenir d'espace. Si on veut y mettre plusieurs mots, on peut utiliser le point comme séparateur.

Ex.: SAUVE "MON.TRAVAIL

2.4 Sortie sur imprimante

Pour obtenir une copie imprimée de vos procédures ou de vos fichiers, il faut exécuter les opérations suivantes:

1) allumer l'imprimante et la sélectionner. (Autrement dit, appuyer sur les touches [ON] et [SEL].)

2) taper .IMPRIMANTE 1 : cette instruction dirigera toute l'information vers l'imprimante plutôt que vers l'écran.

3) faire imprimer ce que tu désires, avec les mêmes commandes que tu utiliserais pour l'écran. Par exemple IMPS ou IM "CARRE .

4) taper .IMPRIMANTE 0 , ce qui ramènera l'information à l'écran, et éteindre l'imprimante.

EXERCICES 2

(suggestion: répondre à ces questions après avoir fait la section 3.)

1. Pourquoi est-il nécessaire d'examiner le contenu de l'espace de travail avant de créer un fichier ?

2. On admet généralement qu'il faut créer des fichiers petits, c'est-à-dire contenant idéalement entre 5 et 10 procédures. Quels inconvénients verrais-tu à créer des fichiers contenant 1 procédure ? 38 procédures?

3. Pourquoi est-il plus avantageux d'utiliser la commande EFFOUT plutôt que d'éteindre et de rallumer l'ordinateur pour effacer tout le contenu de l'espace de travail ?

4. Supposons que tu as dû terminer en vitesse une séance de travail, et que tu as créé un fichier contenant 30 procédures. Décris les opérations que tu devras exécuter à la prochaine séance de travail pour fractionner ce fichier en 4 fichiers plus petits.

SECTION 3

LES PROCÉDURES

3.1 Procédures élémentaires

A la question 24, page 210, on t'a demandé à trois reprises de tracer un carré, et tu as dû taper à chaque fois toutes les instructions nécessaires pour tracer ce carré. En LOGO, il est possible d'écrire de petits programmes, on les appelle des procédures, qui permettront d'éviter ce genre de répétitions. Nous allons écrire une procédure qui permettra de tracer un carré.

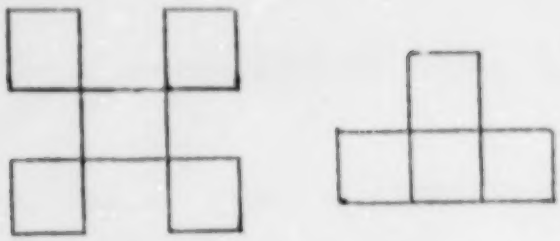
1. Entre en mode de définition de procédures en tapant POUR CARRE , suivi de ⟨RETOUR⟩ . Tu verras apparaître le symbole > au début de la ligne suivante. Ecris les instructions nécessaires pour tracer un carré de 50 unités de côté. Tape ⟨RETOUR⟩ au bout de chaque ligne et tape FIN sur la dernière ligne. Ce mot indiquera à LOGO que tu as terminé la définition de la procédure. Quand tu auras appuyé sur ⟨RETOUR⟩ , le message suivant apparaîtra à l'écran:

   CARRE EST DEFINIE

   signifiant que la procédure CARRE est définie et que LOGO connaît maintenant le mot CARRE. Pour obtenir un carré à l'écran, tape simplement CARRE.

2. Demande à LOGO d'exécuter la procédure CARRE.

3. Utilise CARRE et les autres commandes que tu connais déjà pour tracer les figures suivantes:



4. La procédure CARRE te paraît-elle satisfaisante ? Y a-t-il des améliorations que tu aimerais lui apporter ? (As-tu pense à utiliser la commande REPETE ?)

5. Ecris des procédures permettant de tracer un triangle équilatéral, un rectangle, un hexagone. Que remarques-tu au sujet de la somme des angles dont la Tortue doit tourner pour tracer ces figures ?

6. Ecris une procédure permettant de tracer un cercle.

3.2 Procédures avec entrées

1. Les procédures que tu as écrites dans la section précédente te permettent-elles de tracer des figures de dimensions variables ?

2. Compare la procédure suivante à celle que tu avais écrite pour tracer un carré:

```
POUR CARRE   :COTE
REPETE 4 [AV  :COTE DR 90]
FIN
```

Tu constates que la ligne titre contient, en plus du nom de la procédure, CARRE, un mot, COTE, précédé de " : ". On dit que COTE est une "entrée" ou une "variable". Si tu lis la 2è ligne de la procédure,

tu vois l'instruction AV :COTE . La variable COTE représente donc la longueur dont la Tortue doit avancer, c'est-à-dire la longueur du côté du carré.

Pour dessiner un carré de 100 unités de côté, tu n'auras qu'à taper CARRE 100 .

Nous allons maintenant apprendre comment modifier une procédure déjà écrite, au moyen de l'éditeur de texte.

3. Tape EDITE "CARRE (L'abbréviation de EDITE est ED)

Tu vois apparaître à l'écran le texte de la procédure CARRE que tu avais écrite précédemment. Avant de la modifier, nous allons voir quelques commandes utiles en mode d'édition.

CTRL-C est le moyen usuel pour sortir de l'éditeur.

CTRL-G sort de l'éditeur sans tenir compte des modifications qu'on lui a apportées. (Tout le monde peut changer d'avis !)

CTRL-B déplace le curseur vers la gauche sans effacer de caractère.

CTRL-K efface tout le contenu de la ligne à la droite du curseur.

CTRL-N déplace le curseur à la ligne suivante.

CTRL-P déplace le curseur à la ligne précédente.

——→ déplace le curseur vers la droite sans effacer de caractère.

←—— déplace le curseur vers la gauche en effaçant les caractères qu'il rencontre.

Il existe beaucoup d'autres caractères CTRL, mais ceux-ci te suffiront pour l'instant. Tous les caractères CTRL se tapent de la même façon: il suffit d'enfoncer d'un doigt de la main gauche la touche CTRL, et en le tenant baissée, d'enfoncer la touche représentant la lettre désirée.

4. Modifie la procédure CARRE de façon à ce qu'elle puisse tracer des carrés de dimensions variables, puis trace à l'aide de cette procédure les carrés de ton choix.

5. Modifie de la même façon les procédures TRIANGLE et RECTANGLE. Combien de variables seront nécessaires pour RECTANGLE ?

Tu as dû constater que le mode d'édition était plus pratique que le mode de définition de procédures, car il permet à la fois de définir de nouvelles procédures, de leur apporter des modifications ou de modifier des procédures déjà écrites. C'est pourquoi la plupart des gens n'utilisent pas le mode de définition dans lequel on entre par POUR, et utilisent uniquement le mode d'édition dans lequel on entre par EDITE.

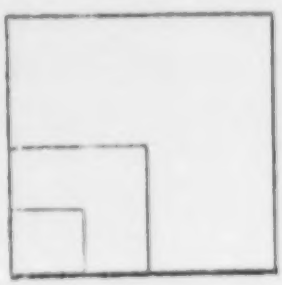
3.3 Procédures utilisant d'autres procédures

Quand tu définis une procédure, tu ajoutes un mot nouveau au vocabulaire LOGO que tu pourras utiliser par la suite. Ce vocabulaire sera donc composé de deux types de mots:

- les primitives, qui sont le bagage de base du langage LOGO;
- les procédures, qui sont des mots définis par l'utilisateur.

Pour définir des procédures, nous avons jusqu'ici utilisé des primitives. La question qui se pose maintenant est de savoir si on peut utiliser des procédures pour définir de nouvelles procédures. La réponse est: pourquoi pas ?

Ainsi par exemple, pour dessiner la figure ci-contre, qui est composée de trois carrés emboîtés, on n'aurait qu'à construire une procédure qui appellerait trois fois la procédure CARRE.



```
POUR EMBOITE  :P  :M  :G
CARRE :P
CARRE :M
CARRE :G
FIN
```

La procédure CARRE devient alors une sous-procédure de la procédure EMBOITE. Celle-ci a trois entrées qui sont passées en entrées aux procédures CARRE.

1. Choisis des valeurs appropriées pour P, M et G, de façon à obtenir la figure à la page précédente, avec la procédure EMBOITE que tu aura définie précédemment.

2. Ecris des procédures permettant de dessiner les figures suivantes:

3.4 Les procédures récursives

Jusqu'ici nous avons vu comment la commande REPETE permet de répéter une opération un certain nombre de fois. Une autre façon d'obtenir une répétition est de recourir à la récursivité, c'est-à-dire d'écrire une procédure récursive.

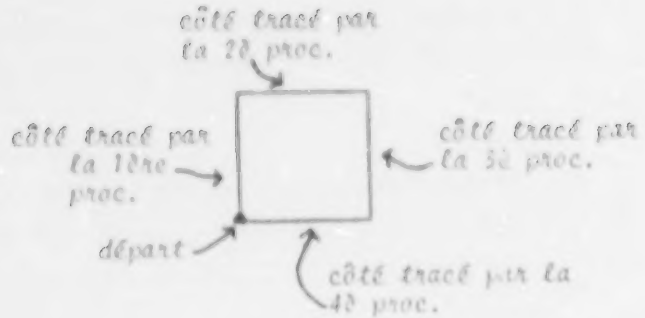
1. Quel est le sens du mot "récursif"? (consulte le dictionnaire au besoin).
2. Donc, que ferait une procédure récursive ?

Ecrivons une procédure récursive pour dessiner un carré.

```
POUR CARRE.1  :C
AVANCE  :C  DROITE  90
CARRE.1  :C
FIN
```

Essayons de simuler l'exécution de cette procédure, en examinant ce qui se passera si on commande CARRE.1 100 .

```
CARRE.1 100
AV 100 DR 90
   CARRE.1 100
   AV 100 DR 90
      CARRE.1 100
      AV 100 DR 90
         CARRE.1 100
         AV 100 DR 90
            .
            .
            .
            .
```



3. D'après toi, quelle sera la différence entre le résultat de la procédure CARRE.1 et celle de la procédure CARRE qui utilisait la commande REPETE ?

4. Tape CARRE.1 et vois si ton intuition était juste.

Vite ! Un moyen pour arrêter cette procédure !

CTRL-G : arrête une procédure en cours d'exécution

On s'aperçoit vite que la procédure CARRE.1 n'offre pas beaucoup d'avantages sur la procédure CARRE, car elle recommence indéfiniment le même tracé, et donc ne pourrait servir telle quelle de sous-procédure pour tracer un carré. Ceci ne veut pas dire pour autant que la récursivité n'est pas un outil intéressant. Elle constitue entre autres un moyen puissant d'explorer les figures géométriques.

5. Tape la procédure suivante:

```
POUR F7  :C  :A
AV  :C  DR  :A
F7  :C  :A
FIN
```

6. Que représentent les variables C et A ? (Regarde la 2è ligne de la procédure).

7. Que sera le résultat de cette procédure? Que fera-t-elle ?

8. Commande l'exécution de la procédure F?, en donnant à C et à A des valeurs que tu juges convenables.

9. Le résultat de la procédure F? est-il conforme à tes attentes ?

10. Pourrait-on donner à C et à A des valeurs qui feraient que F? tracerait un carré ? Si oui, lesquelles ? Sinon, dire pourquoi.

En fait, la procédure F? n'est autre que la procédure POLY , célèbre en LOGO car elle permet à elle seule d'explorer toutes les variantes des polygones.

11. Modifie le nom de F? pour en faire la procédure POLY (n'oublie pas la modification de la ligne de récursion).

12. Expérimente la procédure POLY pour différentes valeurs de C, et surtout pour différentes valeurs de A. Quel angle faut-il entrer pour obtenir:
    - un triangle équilatéral ?
    - un carré ?
    - un pentagone ?
    - un hexagone ?
    - un octogone ?

13. Vois-tu une règle pour trouver l'angle propre à chaque polygone autrement que par la méthode d'essai et d'erreur ?

14. Et que se passe-t-il lorsque tu entres dans POLY un angle de 160° ? 144° ? 80° ?

Nous reparlerons plus loin des procédures récursives. En particulier, lorsque nous aurons appris les primitives que l'on appelle predicats, nous déterminerons des règles d'arrêt qui permettront aux procédures récursives de s'arrêter d'elles-mêmes, sans que nous ayons besoin de recourir à CTRL-G.

FICHIER 1

Sauve sous le nom FIGURES, trois procédures permettant de tracer:

- un carré, en fonction de son côté
- un cercle, en fonction de son rayon
- un polygone, en fonction de son côté et de son angle extérieur.

SECTION 4

LES NOMBRES

4.1 Les ensembles de nombres

L'ensemble des nombres entiers et positifs 1, 2, 3, ... est appelé l'ensemble des nombres naturels. Si on lui ajoute le 0 et les entiers négatifs, on obtient l'ensemble des entiers: ...-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, ...

Tout nombre qui peut se représenter sous la forme d'un quotient de deux entiers est un nombre rationnel. Ainsi, tous les entiers sont des nombres rationnels, puisqu'on peut les écrire sous cette forme; 3 = 3/1, 1 = 1/1, -4 = -4/1,... Mais il existe des rationnels qui ne sont pas des entiers, tels 3/4 , -1/7. Cependant, tous les nombres rationnels peuvent s'écrire sous la forme d'un nombre décimal limité ou périodique: 2 = 2.0 , 3/4= 0.75, $-1/7 = -0.\overline{142857}$...

Remarque: Comme l'ordinateur ne s'est pas encore mis au système international, nous utilisons, dans ce document, le point décimal et non la virgule, afin d'éviter aux utilisateurs de ce document des erreurs de codage bien inutiles.

Des fractions de la forme $\sqrt{3}/2$ ou $\pi/3$ ne sont pas des nombres rationnels car $\sqrt{3}$ et π ne sont pas des entiers. On les appelle donc nombres irrationnels. Ces nombres ont un développement décimal illimité; $\sqrt{2}$ = 1.4142135...

L'ensemble des nombres rationnels et irrationnels forme l'ensemble des réels. Tous ces ensembles sont inclus l'un dans l'autre de la façon suivante:

Ex.: $5 \in \mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$

$-3 \in \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$

$0.2 \in \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$

$\sqrt{2} \in \mathbb{R}$

LOGO reconnaît deux types de nombres: les nombres entiers et les nombres réels.

a) Nombres entiers

LOGO peut traiter tous les nombres entiers compris entre -2^{31} et 2^{31}, c'est-à-dire ± 2 147 483 648.

Notation: les entiers sont notés simplement sans point décimal. Le signe + est facultatif et le signe − est obligatoire.

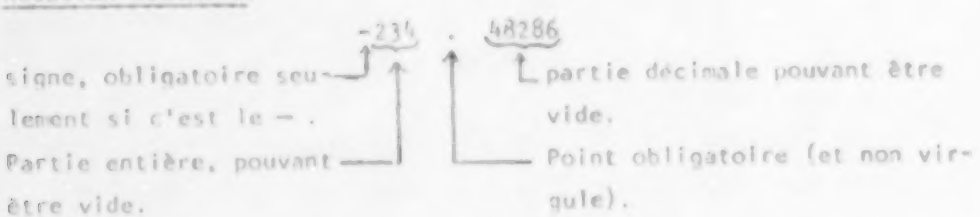
Remarque: les opérations sur les nombres entiers sont toujours exactes.

b) Nombres réels

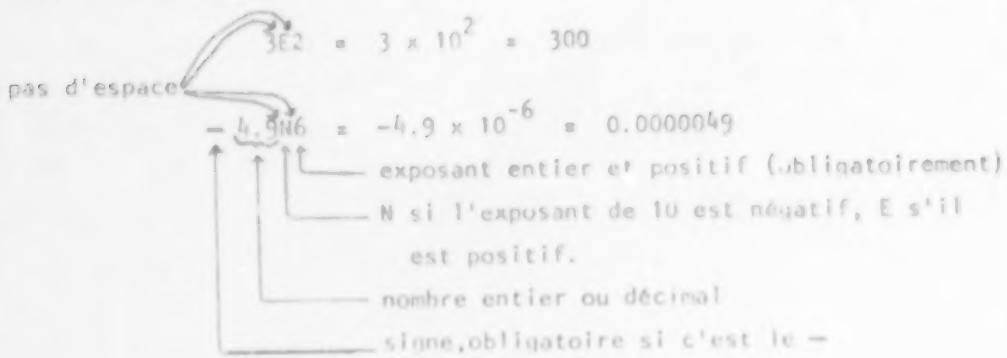
LOGO traite les nombres réels compris entre -10^{38} et 10^{38}.

Notation: les nombres réels peuvent être exprimés en notation décimale ou scientifique.

- Notation décimale:



- Notation scientifique (ou exponentielle):



Remarques:

1) Les nombres entiers ou décimaux à plus de 6 chiffres sont convertis par LOGO en notation scientifique.

2) Les opérations sur les nombres réels sont précises jusqu'à six chiffres significatifs.

3) LOGO arrondit les nombres décimaux qui contiennent plus de six chiffres.
Exemple: 2 7182818.28 devient 2.71828E7

Exercices 4.1

1. Convertir les nombres suivants en notation exponentielle:
   a) 247.3 c) 0.00247 e) -2^8
   b) -4100001 d) 4956421.2926

2. Convertir les nombres suivants en nombres entiers ou décimaux:
   a) 23E4 c) -0.49E2 e) -789N3
   b) -3.5E6 d) 395630N6

3. Un nombre rationnel peut-il être exprimé comme nombre entier en LOGO?

4. Un nombre irrationnel peut-il être exprimé sous la forme d'un nombre entier en LOGO ?

4.2 Primitives liées aux nombres

SOMME — SOMME a b (opération)

Retourne la somme de a et b.
SOMME peut être suivi d'un nombre quelconque de nombres à additionner.

Exemple: SOMME 3 4 5 retourne 12.

\+ — Exemple: a + b

Les primitives SOMME et + sont équivalentes.

PRODUIT

PRODUIT a b (opération)

Retourne le produit des entrées a et b.
PRODUIT peut être suivi d'un nombre quelconque de nombres à multiplier.

Exemple: PRODUIT 6 7 3 retourne 126.

*

Exemple: a * b

Les primitives PRODUIT ET * sont équivalentes.

\-

Exemple: 2 - 78 retourne -76

/

Exemple: 45 / 5 retourne 9

QUOTIENT

QUOTIENT a b (opération)
Retourne le quotient entier de a par b

RESTE

RESTE a b (opération)

RESTE retourne le reste entier de la division de a par b.

RC

RC a (opération)

RC retourne la racine carrée de a.

SIN

SIN a (opération)

Retourne le sinus de l'angle a exprimé en degrés.

Exemple: SIN 30 retourne 0.5 .

COS

COS a (opération)

Retourne le cos de l'angle a exprimé en degrés.

Exemple: COS 30 retourne 0.866

ARCTAN

ARCTAN a (opération)

ARCTAN retourne l'angle dont a est la tangente.

Exemple: ARCTAN 1 retourne 45.

ARRONDIS

ARRONDIS n (opération)

Retourne n arrondi à l'entier le plus proche.

Exemple: ARRONDIS 5.126 retourne 5

ENTIER

ENTIER n (opération)

Retourne la partie entière de n en supprimant les décimales s'il y a lieu.

Exemple: ENTIER 5.998 retourne 5

HASARD

HASARD n (opération)

Retourne un entier non négatif, aléatoire et inférieur à n.

Exemple: HASARD 6 pourrait retourner 1, 2, 3, 4 ou 5.

Exercices 4.2

1. Ecrire les expressions suivantes de manière à ce que LOGO effectue les opérations pour obtenir le résultat indiqué:

a) (439 - 386.5) (20 * 48.32) Résultat: 3 586.8

b) 435 - 221 x 14 " 2 996

c) 435 - 221 x 14 " - 2 659

d) $3948\left(\frac{23.47 - 14.5}{288.1}\right)$ " 122.921

2. Combien de fois 248 est-il contenu exactement dans 39465 ?
Combien de primitives peuvent donner exactement ce résultat ?

3. Que répond LOGO quand tu lui demandes d'effectuer les opérations suivantes?

a) $\frac{3 * (-3)}{4*2}$ c) $\frac{6 * (2.5)}{-5 * (8-3)}$ e) $\frac{2 * (3-5)}{4 - (-2*6)}$

b) $\frac{4.0}{4*0}$ d) $\frac{5 * 0}{0.5}$ f) $\frac{[4 * (2-3)-1] .0}{5 * (-2-3)}$

Ces résultats confirment-ils les propriétés de la division dans ℝ ?

4. Ecris la procédure suivante:

```
POUR QUELQUECHOSE   :N
SI   :N = 0 [STOP]
EC  1 /   :N
FIN
```

a) Quel sera selon toi le résultat de cette procédure, si N est un nombre quelconque ?

b) Choisis un nom approprié pour cette procédure et tape la.

c) Fais exécuter cette procédure pour différentes valeurs de N. Ton intuition était-elle juste ?

d) Edite la procédure et insère un commentaire approprié entre les crochets de la 2è ligne, avant le STOP. Cette ligne devra s'écrire

```
SI   :N = 0 [EC [..?..] STOP] .
```

5. Construis une procédure selon le modèle de la procédure précédente pour faire calculer cette fois l'inverse additif d'un nombre N. (On dit aussi l'opposé du nombre N.) Cette procédure est-elle plus simple, (plus courte) que la précédente ? Pourquoi ?

6. Ecris une procédure qui fournira une suite de nombres aléatoires devant servir à l'achat d'un billet à la LOTTO 6/49.

7. Calcule:

a) SIN 37° b) COS 249° c) SIN -41° d) COS -2347°

4.3 Autres commandes

INSTRUCTIONS CONDITIONNELLES ET CONTRÔLE D'EXECUTION

CO

CO (commande) (pour Continue)
Reprend l'exécution d'une procédure après PAUSE.

EXECUTE

EXECUTE listeinstruction (commande ou opération)
Exécute listeinstruction comme si elle avait été tapée directement.

PAUSE

PAUSE (commande ou instruction)
Cette instruction interrompt l'exécution de la procédure et indique que tu es en train d'effectuer une pause. Tu as alors la possibilité de taper des instructions de manière interactive. L'exécution de la procédure peut être reprise en tapant CO. Pour retrouver le niveau supérieur taper "RENVOIE NIVEAUSUP.

REPETE

REPETE n listeinstruction (commande)
Exécute listeinstruction n fois.
Exemple: REPETE 4 [AV 100 DR 90] trace un carré de 100 pas de côté.

RETOURNE
RT

RETOURNE objet (commande)
RETOURNE rend le contrôle à la partie supérieure.

SI

SI pred listeinstruction1 (commande ou opération)
ou
SI pred listeinstruction1 listeinstruction2
SI pred est vrai, exécute listeinstruction1. Si pred est faux, exécute listeinstruction2 (s'il y a lieu).

SIFAUX
SIF

SIFAUX listeinstruction (commande)
Exécute listeinstruction si le résultat le plus récent de l'utilisation de la primitive TESTE était faux; sinon ne fait rien.

SIVRAI
SIV

SIVRAI listeinstruction (commande)
Exécute listeinstruction si le résultat le plus récent de l'utilisation de la primitive TESTE était VRAI; sinon ne fait rien.

STOP

STOP (commande)
Arrête l'exécution de la procédure en cours et rend le contrôle à celle qui l'a appelée. Cette instruction n'a de sens qu'à l'intérieur d'une procédure et non au niveau supérieur.

TESTE

TESTE pred (commande)
Mémorise si pred est vrai ou faux pour l'utilisation ultérieure de SIVRAI ou SIFAUX.

Prédicats

Les expressions conditionnelles utilisent des prédicats. Un prédicat peut être n'importe quelle procédure qui retourne VRAI ou FAUX. Ceux qu'on utilise le plus souvent en rapport avec les nombres sont:

>

Exemple: :X > :Y
cette expression retournera VRAI si la valeur de la variable X est strictement plus grande que celle de la variable Y.

<

Exemple: $\frac{5}{2} < \frac{2}{5}$
cette expression retournera évidemment FAUX.

=

Exemple: 2#1 = 0.2
on peut utiliser le prédicat = pour tester l'exactitude d'une conversion numérique.

Les prédicats sont parfois utilisés avec les connectifs suivants pour exprimer d'autres relations entre les nombres.

ET — Retourne VRAI si toutes les entrées sont vraies.
Exemple: ET (1+1 = 2) (5 = 4) retournera FAUX puisque la 2è entrée est fausse.

OU — retourne VRAI si l'une des entrées est vraie.
Exemple: OU (: X≤5) (:X = 5) retournera VRAI si X≤5 et FAUX si X>5

NON — retournera VRAI si l'entrée est fausse et vice-versa.
Exemple: NON (:X = 3) retournera VRAI si X ≠ 3

COMMANDES DE TEXTE ET D'ECRAN

ECRANG — ECRANG (commande) (pour écran graphique)
Consacre tout l'écran au graphique.

ECRANM — ECRANM (commande) (pour écran mixte)
Consacre les 20 premières lignes au graphique et les 4 dernières au texte.

ECRANT — ECRANT (commande) (pour écran texte)
Réserve l'écran entier au texte.

FCURSEUR — FCURSEUR position (commande) (pour fixe curseur)
Place le curseur à la position indiquée, le 1er chiffre étant le numéro de la colonne, le 2è, celui de la ligne. (Les colonnes sont numérotées de 0 à 39 de gauche à droite, et les lignes de 0 à 23, de haut en bas).

VT — VT (commande) (pour vide texte)
Vide l'écran du texte.

LE MONDE EXTERIEUR

ATTENDS

ATTENDS n (commande)
ordonne à LOGO d'attendre n soixantièmes de secondes.

ECRIS
EC

ECRIS objet (commande)
affiche objet à l'écran et passe à la ligne suivante.

LISLISTE
LL

LISLISTE (opération)
attend que l'utilisateur tape une ligne et presse la touche ⟨RETOUR⟩.

Exercices 4.3

1. Utilise LOGO pour tester les relations suivantes:

   a) $249 > \frac{486}{2}$

   b) $3.941 < \frac{2.49}{.61}$

   c) 24N2 = .24

   d) $24 < \frac{249-5}{3} < 26$

   e) $\frac{10}{\text{SIN90-1}} = -10$

   f) $\frac{249}{5} \neq \frac{328}{6}$

2. a) Construis une procédure retournant le maximum de deux nombres.

   b) Construis une procédure retournant le minimum de deux nombres.

3. Construis une procédure calculant la tangente trigonométrique d'un angle exprimé en degrés.

4. Construis une procédure calculant la valeur en degrés d'un angle exprimé en radians.

5. Utilise les procédures précédentes pour calculer:

   a) SIN $\pi/3$

   b) COS $-\pi/4$

   c) TAN $\pi/2$

   d) COS $\left(\frac{\pi}{2} + \frac{5\pi}{6}\right)$

   e) SIN $\left(\frac{-3\pi}{2} - \frac{\pi}{4}\right)$

   f) COTAN $(\pi/3)$

6. Ecris une procédure qui retournera la valeur absolue d'un nombre.

7. Utilise cette procédure pour calculer

   a) $\left| 341.5\ (29-56) \right|$

   b) $\left| \frac{58.86}{3\left(48 + \left(\frac{296}{-78}\right)\right)} \right|$

8. En utilisant tes connaissances sur la théorie des exposants, écris une procédure permettant de calculer une puissance entière positive d'un nombre N.

9. Modifie cette procédure de façon qu'elle retourne aussi la valeur d'un nombre élevé à la puissance 0.

10. Modifie cette procédure de façon à ce qu'elle retourne aussi les puissances entières négatives d'un nombre.

11. Utilise cette dernière procédure ainsi que les autres primitives nécessaires pour effectuer les calculs suivants:

   a) 21^5

   b) 48^{-4}

   c) $\left(\frac{4}{\sqrt{3}}\right)^{-\frac{1}{2}}$

   d) $\left(6^{2/3}\right)$

   e) $3^{3/4}$

   f) $\sqrt[8]{(2-5)^3}$

   g) $\frac{1}{4}^{5/2}$

   h) $\sqrt{\sqrt{3}}$

12. Reprends la procédure récursive

```
POUR POLYG :C :A
AV :C DR :A
POLYG :C :A
FIN
```

et insère une règle d'arrêt appropriée de façon à ce qu'elle s'arrête d'elle-même après avoir tracé un polygone fermé.

FICHIER 2

Sauve sous le nom CALCULS les procédures permettant de calculer:

- la valeur absolue d'un nombre;
- les puissances entières d'un nombre;
- la tangente trigonométrique d'un angle;
- la mesure en degrés d'un angle exprimé en radians

SECTION 5

REPRESENTATION GRAPHIQUE

A la Section 1, nous avons vu que LOGO possède des commandes graphiques qui permettent de travailler en géométrie de Tortue, qui est une géométrie locale, et en géométrie cartésienne, dans laquelle la représentation graphique se fait par rapport à un système d'axes de référence. C'est en géométrie cartésienne que nous allons travailler pour représenter des fonctions données sous forme d'équations algébriques.

A cette fin, nous aurons besoin de connaître quelques primitives LOGO se rapportant aux mots et aux listes.

5.1 Mots et listes

Dans le langage LOGO, il y a deux types d'objets: les mots et les listes.

- Un mot est composé de caractères. Seul il est précédé de guillemets.

Exemple: "BONJOUR "X "COCHON-D'INDE" sont des mots.

- Une liste est composée de mots ou de listes. Une liste s'inscrit entre crochets.

Exemple: [Bonjour comment allez-vous] [X Y Z] [[1] [23 6543] 555] sont des listes.

[] est la liste vide. " est le mot vide.

COMPTE — COMPTE liste (opération)
Retourne le nombre d'éléments de la liste.
Exemple: COMPTE [IL FAIT BEAU] retourne 3.

DERNIER — DERNIER objet (opération)
Retourne le dernier élément d'objet.
Exemple: DERNIER "CASE retourne E

ELEM

ELEM n liste (opération) (pour élément)
Retourne le nième élément de liste.

LISTE

LISTE objet1 objet2 (opération)
Retourne une liste dont les éléments sont objet1, objet2,etc...

METSDERNIER
MD

METSDERNIER objet liste (opération)
Retourne une nouvelle liste qui ajoute objet comme dernier élément de liste.

METSPREMIER
MP

METSPREMIER objet liste (opération)
Retourne une nouvelle liste qui ajoute objet comme premier élément de liste.

MOT

MOT mot1 mot2 (opération)
Retourne un mot constitué de mot1, mot2, etc.

PHRASE
PH

PHRASE objet1, objet2 (opération)
Retourne une liste composée de objet1, objet2,...

PREMIER
PR

PREMIER objet (opération)
Retourne le premier élément de l'objet. Si objet est un mot, PREMIER retourne le premier caractère de ce mot, Si objet est une liste, PREMIER retourne le premier mot ou la première liste de cette liste.

SAUFDERNIER
SD

SAUFDERNIER objet (opération)
Retourne la liste ou le mot objet sauf son dernier élément.

SAUFPREMIER
SP

SAUFPREMIER objet (opération)
Retourne la liste ou le mot objet, sauf son premier élément.

Dans le système LOGO, chaque point de l'écran correspond à un point d'un système d'axes cartésiens dont l'origine serait située au centre de l'écran. Les coordonnées d'un point (x, y) sont exprimées en LOGO par la liste [x y]. Remarque les crochets au lieu des parenthèses, et l'absence de virgule. De plus, si une coordonnée est négative, il ne doit pas y avoir d'espace entre le signe - et le nombre.

Exemple: [4 -6] [-3.5 -9] .

Si on veut fabriquer une liste dans laquelle LOGO devra effectuer des opérations pour calculer les coordonnées, il faut utiliser les primitives PHRASE ou LISTE, qui toutes les deux retournent des listes, plutôt que de mettre l'expression entre crochets.

Exemple: FPOS PHRASE 2*:X :Y/3 et non FPOS [2*:X :Y/3]

On se sert aussi d'une liste pour noter l'équation représentant une fonction quelconque.

Exemple: Soit f(x) = 2x-5

La valeur de la variable F, serait [2*:X - 5] .

N'oubliez pas l'espace entre - et le nombre, lorsqu'il s'agit de l'opération soustraction.

Exercices 5.1

1. Fais apparaître la Tortue à l'origine.

2. Déplace successivement la Tortue aux points (50,100), (50,-75), (-68.5, -121) et (-37, 150).

3. Qu'arrive-t-il à la Tortue en ce dernier point ?

4. Sur quels intervalles pourra-t-on faire varier x et y si on veut que les points soient visibles à l'écran ?

5. Ecris une procédure permettant de tracer un système d'axes cartésiens gradués.

6. Sur le système d'axes tracés à l'aide de cette procédure, repère les points suivants, sans faire appel à la Tortue:

   a) (10 , 50)
   b) (-100 , 98)
   c) (94.5 , -39.66)
   d) (0 , 49)

7. Ecris une procédure permettant de calculer la valeur d'une fonction pour une valeur donnée de sa variable indépendante. (Ta procédure devra avoir deux entrées: la variable et l'équation de la fonction).

8. Selon le même modèle, écris une procédure qui retournera les coordonnées d'un point quelconque appartenant au graphe d'une fonction quelconque.

9. Ecris une procédure qui calculera la distance entre deux points quelconques.

10. Utilise-la pour calculer la distance entre les points (2, 29) et (-10, 43.5)

11. Quel est le périmètre du triangle isocèle dont un sommet est sur l'axe des y et les deux autres sont sur l'axe des x, symétriques par rapport à l'origine. La hauteur de ce triangle est égale à 10 u. et sa surface est égale à 25 $u.^2$

5.2 La fonction linéaire

Une fonction linéaire est une fonction de la forme

$$y = ax + b$$

où x est la variable indépendante, y la variable dépendante et a et b des constantes réelles. Le domaine de la fonction linéaire est l'ensemble des réels.

GRAPHE

Nous savons déjà que, pour tracer le graphe d'une droite, il suffit de trouver deux points distincts appartenant au graphe de cette droite, et de relier ces points par un segment de droite. Proposons-nous de tracer le graphe de la fonction donnée par l'équation

$$y = 2x + 30$$

1. Trace d'abord un système d'axes.

2. Utilise la procédure déjà écrite pour calculer deux points P_1 et P_2 appartenant au graphe de cette droite.

3. Vérifie que les points P_1 et P_2 apparaissent bien sur l'écran et qu'ils sont suffisamment distincts l'un de l'autre.

4. Place la Tortue à P_1 (Attention! que faut-il faire d'abord ?)

5. Déplace la Tortue à P_2 (Attention! que faut-il faire d'abord ?)

6. Si tu as obtenu un graphe satisfaisant, écris une procédure qui tracera le graphe de n'importe quelle fonction linéaire, en lui donnant comme entrées l'équation de cette fonction et les bornes de l'intervalle $[x_1, x_2]$ sur lequel tu veux tracer ce graphe.

7. Utilise cette procédure pour tracer le graphe des fonctions suivantes sur un intervalle approprié:

   a) $y = 4x - 6$ c) $3y = 2x$

   b) $y = -5x + 90$ d) $y \quad -10 = 0$

8. Comment t'y prends-tu pour choisir l'intervalle sur lequel tu traces les fonctions linéaires ? Peut-il arriver que tu ne voies pas P_1 et P_2 à l'écran, mais que tu obtiennes quand même le graphe de la fonction? Dans quels cas? Y a-t-il des cas où tu n'obtiens aucun graphe? Pourquoi? Peut-il arriver que la droite s'enroule autour de l'écran? Comment pourrais-tu éviter ce problème ?

9. La procédure précédente peut-elle servir à tracer la droite représentée par $x = 30$? Pourquoi ? Comment t'y prendrais-tu pour tracer ce graphe ?

PENTE

Revenons à l'équation de la fonction linéaire $y = ax + b$.

10. Fixe la valeur de b et trace sur un même système d'axes les graphes de plusieurs fonctions linéaires, en prenant successivement $a > 0$, $a = 0$, $a < 0$. Que remarques-tu ? Quel aspect de la droite est modifié quand on fait varier le coefficient a ?

11. Même question pour a fixe et $b > 0$, $b = 0$, $b < 0$.

12. Prédis quelle sera l'allure des droites représentant les fonctions suivantes, puis trace-les à l'écran pour vérifier tes prédictions:
    a) $y = 5x - 6$ c) $y = 6x$ e) $y = -10x - 21$
    b) $y = -3x + 93$ d) $y = 20$

13. Trace sur un système d'axes la droite $y = 2x + 20$. Soient les points P_1 (-20, -20) et P_2 (35, 90), appartenant à cette droite. Placer la Tortue à P_1 et utiliser les commandes FX et FY pour amener la Tortue à P_2 en la déplaçant parallèlement à l'axe des x d'abord, puis parallèlement à l'axe des y.

De combien d'unités as-tu déplacé la Tortue parallèlement à l'axe des x ? Appelons Δx cette quantité. (Δ est la lettre grecque "delta"). De combien d'unités as-tu déplacé la Tortue parallèlement à l'axe des y ? Appelons Δy cette quantité.

Calcule le rapport $\frac{\Delta y}{\Delta x}$

14. Le rapport $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ représente la variation ou le déplacement en y, par rapport à la variation ou au déplacement en x entre les deux points (-20, -20) et (35, 90), le long de la droite d'équation $y = 2x + 20$. Choisis deux autres points sur cette même droite et calcule le rapport $\frac{\Delta y}{\Delta x}$. Que trouves-tu ?

15. Et si on recommençait encore et encore avec d'autres paires de points sur cette même droite, que donnerait $\frac{\Delta y}{\Delta x}$?

16. Comment expliques-tu ce résultat ?

On définit la <u>pente</u> d'une droite comme étant égale au rapport $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ qui représente la variation en y par rapport à la variation en x entre deux points quelconques de cette droite. On peut le calculer à partir de deux points quelconques (x_1, y_1) et (x_2, y_2) en faisant:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Ce rapport est précisément égal au coefficient a dans l'équation $y = ax + b$

17. Ecris une procédure permettant de calculer la pente d'une droite passant par les points P_1 et P_2.

AUTRE FACON DE TRACER LE GRAPHE DE LA FONCTION LINEAIRE

Il existe une autre façon de s'y prendre pour tracer le graphe de la fonction linéaire à partir de son équation y = ax + b. Ce procédé n'est pas plus efficace que celui que nous avons utilisé précédemment, mais il est plus général et comme il nous sera utile pour tracer les graphes d'autres types de fonctions, nous allons le voir ensemble ici.

Comme entrées à cette procédure, nous donnerons les paramètres de la fonction linéaire, c'est-à-dire les quantités a et b, puisque ce sont ces quantités qui distinguent une fonction linéaire donnée, d'une autre. De plus, il faudra décider d'un intervalle sur lequel nous voulons tracer le graphe de cette fonction. Soient donc X1 et X2 les bornes de cet intervalle.

Le procédé consiste à placer la Tortue à un point de départ, puis à calculer les valeurs subséquentes prises par la fonction pour des augmentations successives de x, et à faire avancer la Tortue à chacun des points ainsi calculés.

On aura donc une procédure principale qui positionnera la Tortue puis fera appel à une sous-procédure, récursive celle-là, qui calculera les autres points. La procédure principale pourrait s'écrire comme suit:

```
POUR TLIN :A  :B  :X1  :X2
LC FPOS PHRASE  :X1  :A * :X1 + :B  BC  CT
LIN  :A  :B  :X2
FIN
```

On voit que cette procédure fait appel à une sous-procédure nommée LIN. Que fera cette deuxième procédure ? Elle devra:

1) faire avancer la Tortue point par point;
2) faire arrêter la Tortue lorsque la borne supérieure de l'intervalle [X1, X2] sera atteint.

On aura donc:

```
POUR LIN  :A  :B  :X2
SI XCOR =  :X2 [STOP]
FPOS PHRASE XCOR+1  :A *(XCOR+1) + :B
LIN  :A  :B  :X2
FIN
```

Lorsque cette procédure est appelée, la Tortue est déjà positionnée au point (x_1, ax_1+b) . Sa coordonnée en x est donc égale à x_1. La procédure vérifie si la coordonnée en x de la position de la Tortue est égale à x_2. Si elle l'est, alors la procédure s'arrêtera et retournera le contrôle à la procédure TLIN, qui s'arrêtera aussi car elle ne contient pas d'autre instruction après l'appel à LIN.

Si la coordonnée en x n'est pas encore égale à x_2, alors elle fera avancer la Tortue au point $(x_1 + 1, a(x_1+1) + b)$. Puis elle recommencera le même procédé jusqu'à ce que la coordonnée en x de la position de la Tortue soit égale à x_2 .

18. Tape les procédures précédentes et utilise-les pour tracer le graphe de la fonction $y = 2x + 15$ sur l'intervalle $[-60, 60]$.

19. Que faut-il faire avant de tracer une fonction linéaire quelconque à l'aide de ces procédures ?

20. Si on place l'écran en mode FENETRE, quel intervalle pourrait-on choisir pour tracer la plupart des fonctions linéaires ?

21. Tracer les fonctions linéaires suivantes:

a) $y = -3x - 1$

b) $y = -.1x - 1.5$

c) $y = -100x - 20$

d) $y = 0.0001x - 0.003$

22. La vitesse V (en m/sec) d'un objet lancé vers le haut est une fonction linéaire du temps t (en sec). L'équation de cette fonction est donnée par:

$$V = 96 - 32t$$

a) Calculer algébriquement le temps t pour lequel la vitesse égalera 0.

b) Tracer le graphe de V pour vérifier graphiquement le résultat calculé en a).

c) Estimer à partir du graphe de V, le temps pour lequel V égalera 48 m /sec , puis calculer algébriquement ce temps.

23. La relation entre la température exprimée en degrés Fahrenheit et en degrés Celsius est linéaire. On peut l'exprimer sous la forme

$$F = 1.8\ C - 32\ ,$$

où C est la variable indépendante et F la variable dépendante.

a) Calculer la valeur de F(0), F(100)

b) Tracer le graphe de F en fonction de C.

c) Exprimer cette relation en fonction de F, c'est-à-dire en faisant de F la variable indépendante.

d) Calculer C(32), C(212).

e) Tracer sur le même système d'axes qu'en b) le graphe de C en fonction de F. Que remarques-tu ?

5.3 La fonction quadratique

La fonction quadratique est une fonction de la forme

$$y = ax^2 + bx + c ,$$

où y est la variable dépendante, x la variable indépendante et a, b, et c des constantes réelles, $a \neq 0$.

Le domaine de la fonction quadratique est l'ensemble des réels.

Comme nous disposons d'un procédé pour tracer les fonctions point par point, nous allons y recourir pour tracer le graphe de la fonction quadratique afin d'en étudier les différentes caractéristiques.

1. Adapter les procédures LIN et TLIN pour en faire les procédures QUA et TQUA qui traceront la fonction quadratique.

2. Tracer sur un même système d'axes, les graphes des fonctions suivantes:

   a) $y = x^2$
      $y = 10x^2$
      $y = \frac{1}{10} x^2$

   b) $y = -x^2$
      $y = -10x^2$
      $y = \frac{-1}{10} x^2$

3. Quel nom donne-t-on au graphe de la fonction quadratique ?

4. Quelle est l'influence du coefficient a sur le graphe de la fonction quadratique ? (Distinguer suivant le signe de a et suivant la valeur absolue de a).

5. Quelle serait l'allure du graphe de la fonction $y = 1000x^2$?
   de la fonction $y = -0.001 x^2$?

6. La parabole présente-t-elle une symétrie ? par rapport à quoi ?

7. Tracer sur un même système d'axes le graphe des fonctions dont les équations sont les suivantes:

a) $y = x^2$
$y = x^2 + 50$
$y = x^2 - 25$

b) $y = -x^2$
$y = -x^2 + 50$
$y = -x^2 - 25$

8. Quelle est l'influence du coefficient c sur le graphe de la fonction quadratique ? (Distinguer suivant que $c = 0$, $c > 0$ ou $c < 0$)

9. Tracer sur un même système d'axes les graphes des fonctions dont les équations sont les suivantes:

a) $y = x^2$
$y = (x+20)^2$
$y = (x-25)^2$

b) $y = -x^2$
$y = -(x+20)^2$
$y = -(x-25)^2$

10. Quelle est l'influence de la quantité h qui est ajoutée à x avant que x soit élevé au carré ? (Distinguer suivant que $h = 0$, $h > 0$ ou $h < 0$).

11. Tracer le graphe de la fonction $y = x^2 - 60x$.
Quels sont d'après toi les points les plus importants sur ce graphe ?

12. Cherchons d'abord les coordonnées des points où le graphe traverse l'axe des x.
   a) Estimer graphiquement les coordonnées de ces points.
   b) Calculer algébriquement les coordonnées de ces points en utilisant la décomposition en facteurs et le fait que la fonction s'annule en ces points.
   c) Existe-t-il une autre façon de calculer ces points ?

Nous savons que les racines réelles de l'équation du second degré

$$ax^2 + bx + c = 0$$

sont obtenues au moyen de l'expression

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

13. Ecrire une procédure qui retournera les racines d'une équation quadratique, en n'oubliant pas de prévoir les cas où $b^2-4ac = 0$ et $b^2-4ac < 0$.

14. Comment peut-on trouver les coordonnées de l'autre point d'intérêt sur le graphe de $y = x^2 - 60x$, c'est-à-dire les coordonnées du sommet ?

15. Ecrire une procédure retournant les coordonnées du sommet d'une parabole.

16. Transformer les procédures QUA et TQUA pour tracer le graphe d'une fonction polynomiale du 3è degré.

17. Utiliser ces procédures pour tracer sur un système d'axes le graphe de la fonction

$$y = .01\ (x^3 - 10x^2 - 200x)$$

FICHIER 3

Sauve sous le nom GRAPHES, les procédures permettant:

1) de calculer:- la distance entre 2 points du plan
- la pente d'un droite passant par deux points
- les points d'intersection d'une parabole avec l'axe des x.

2) de tracer:
- un système d'axes cartésiens gradués
- le graphe de la fonction linéaire
- le graphe de la fonction quadratique
- le graphe de la fonction polyniomiale du 3è degré.

PREMIER TRAVAIL

Ce travail rendra compte des apprentissages réalisés au cours de la période d'introduction à logo et de rappel sur les notions préalables au cours 103.

Chaque équipe de deux étudiants(es) devra remettre, le 31 janvier,

1) une disquette contenant les procédures suivantes :

FICHIER.1 (procédures graphiques, chap. 1, p. 28)

3 procédures permettant de tracer des carrés, des cercles et des polygones de dimensions variables.

FICHIER.2 (procédures de calcul, chap. 1, p. 54)

4 procédures permettant de calculer :
- la valeur absolue d'un nombre,
- les puissances entières d'un nombre,
- le maximum de deux nombres,
- la tangente trigonométrique d'un angle.

FICHIER.3 (procédures reliées à la géométrie analytique, chap. 1, p. 90)

9 procédures permettant :

a) de calculer
- f(x) pour un x quelconque et une fonction f quelconque,
- les coordonnées (x,y) d'un point quelconque appartenant au graphe d'une fonction f quelconque,
- la pente d'une droite passant par les points quelconques P_1 et P_2,
- la distance entre deux points quelconques P_1 et P_2 appartenant au plan,
- les racines d'une équation quadratique,
- les coordonnées du sommet d'une parabole.

b) de tracer
- un système d'axes cartésiens gradués,
- le graphe de la fonction linéaire,
- le graphe de la fonction quadratique.

L'étudiant(e) sera libre d'y ajouter toute autre procédure de son choix.

2) un document contenant, au sujet de chaque procédure :
- une liste,
- au moins un exemple d'éxécution (sauf pour les procédures graphiques),
- ce à quoi sert la procédure,
- des détails sur la ou les variables d'entrée.

EXEMPLE DE DOCUMENT

FICHIER 0 Procédure 1

a) POUR OPP :N
SI :N = 0 [RT :N]
RT -:N
FIN

b) OPP 3
-3

OPP -2* RC 5
4.47214

c) cette procédure sert à calculer l'opposé (inverse additif) d'un nombre quelconque.

d) l'entrée N doit être soit un nombre entier ou réel, exprimé en notation décimale ou scientifique, soit une expression produisant un tel nombre.

BON TRAVAIL !

DEUXIEME TRAVAIL

LA NOTION DE LIMITE

Le calcul differentiel et intégral a son origine dans la conception intuitive qu'avaient les mathématiciens grecs des notions d'infini, de continu et de limite, et dans les difficultés qu'ils éprouvaient à formuler ces notions de façon explicite. D'ailleurs toutes les trois ne seront définies correctement qu'au XIXè siècle, lorsque les mathématiciens, désireux de systématiser les progrès accomplis, reviendront aux fondements pour asseoir les mathématiques sur des bases solides.

La notion de limite est donc centrale par rapport au calcul. L'activité suivante a pour but de vous faire explorer cette notion en vous faisant suivre une démarche semblable à celle que suivit Archimède (287-212) dans son étude de la géométrie du cercle.

Le problème consiste à établir les expressions permettant de calculer l'aire et la circonférence du cercle. Nous procéderons par approximations successives de l'aire et du périmètre de polygones réguliers inscrits dans ce cercle.

I. CONSTRUCTION DE LA REPRESENTATION GRAPHIQUE

Voici une procédure qui permet de tracer un cercle approximatif en fonction de son rayon, sans utiliser les formules de géométrie connues:

```
POUR CERCLE :R
LC AV :R BC POINT POS LC AV :R BC
REP 180 [ POINT POS GA 179 LC AV 2*:R BC]
FCAP 0
FIN
```

a) quelle définition du cercle cette procédure utilise-t-elle?

b) taper cette procédure; l'exécuter puis l'utiliser comme sous-procédure dans une autre procédure, **POUR GRAPH :R** , qui commandera la représentation graphique de ce problème en traçant d'abord un cercle au centre de l'écran. Exécuter cette nouvelle procédure avec un rayon de votre choix.

Proposons-nous maintenant de tracer une suite de polygones réguliers inscrits à l'intérieur de ce cercle, en commençant par un carré, puis en doublant successivement le nombre de côtés de façon à obtenir des polygones à 8 côtés, puis 16,...

c) décrire ce qui arrivera au nombre de côtés, à la longueur des côtés, aux surfaces des polygones et aux périmètres des polygones.

d)quelle sous-procédure déjà écrite dans le premier travail la procédure traçant la suite de polygones utilisera-t-elle?

e) la procédure traçant les polygones pourrait-elle être récursive?

f) dans ce cas devrons-nous y insérer une règle d'arrêt?

g) nommer trois données qu'il faut connaître pour tracer chaque polygone. (Référer à la figure de la page précédente au besoin.)

h) présenter dans un tableau les mesures nécessaires pour chaque polygone, le nombre de côtés étant successivement 4, 8, 16 etc... (La loi des sinus pourrait vous être utile dans ces calculs.)

i) trouver une expression générale permettant de calculer les données nécessaires pour tracer chaque polygone en fonction du rayon R du cercle et du nombre N de côtés des polygones.

j) écrire la procédure **POUR SPOLY :R :N** traçant la suite de polygones.

k) insérer **SPOLY** dans la procédure **GRAPH**, et l'exécuter pour un rayon de votre choix.

2. APPROXIMATION DE L'AIRE DU CERCLE

a) trouver une expression permettant de calculer l'aire d'un polygone régulier.

b) insérer une instruction permettant de calculer l'aire d'un polygone à l'endroit approprié dans la procédure **SPOLY**, de façon que l'aire de chaque polygone soit affichée à l'écran à mesure que les polygones sont tracés.

c) présenter dans un tableau, à l'aide des données obtenues à l'écran lors de l'exécution de **GRAPH**, en spécifiant la valeur choisie pour R, le nombre de côtés et l'aire des polygones.

d) que pouvez-vous dire de l'aire du cercle de rayon choisi?

e) cette dernière mesure vous paraît-elle une bonne approximation de l'aire du cercle? Quelle serait selon vous la grandeur de l'erreur?

f) y aurait-il moyen d'obtenir une meilleure approximation? Si oui, comment? Sinon, pourquoi?

g) pouvons-nous par ce moyen obtenir une mesure exacte de l'aire du cercle?

3 APPROXIMATION DE LA CIRCONFERENCE DU CERCLE

a) à l'aide de quelle mesure pourrions-nous obtenir maintenant une approximation de la circonférence du cercle?

b) écrire une expression permettant d'obtenir ces mesures, et l'insérer dans SPOLY en remplacement de l'instruction calculant l'aire des polygones.

c) présenter dans un tableau, à l'aide des données obtenues à l'écran lors de l'exécution de GRAPH , en spécifiant la valeur choisie pour R, le nombre de côtés et le périmètre des polygones.

d) que pouvez-vous dire de la circonférence du cercle de rayon choisi?

4. APPROXIMATION DE Π

a) utiliser les expressions établies précédemment pour écrire une nouvelle procédure qui fera apparaître sous forme de tableau:
- le nombre de côtés d'un polygone
- la longueur des côtés
- la longueur de l'apothème
- le rapport Aire/Apothème^2
- le rapport Périmètre/2*Apothème

b) à l'aide des données affichées par la procédure précédante, expliquer vers quoi tendent le nombre de côtés des polygones, la longueur des côtés, l'apothème des polygones, le rapport Aire/Apothème^2 et le rapport Périmètre/2*Apothème .

c) exécuter **TABLEAU** pour différentes valeurs de R. Que remarquez-vous?

d) les rapports Aire/Apothème^2 et Perimètre/2*Apothème dépendent-ils de la grandeur choisie pour R?

5. LA NOTION DE LIMITE

a) à la limite, c'est à dire quand le nombre de côtés tend vers l'infini, vers quoi tendent la surface des polygones? le périmètre des polygones?

b) est-il possible d'approcher aussi près que l'on veut l'aire et la circonférence du cercle? Comment?

c) en continuant le processus suffisamment longtemps, serait-il possible de dépasser l'aire et la circonférence du cercle?

d) On appelle Π la constante vers laquelle tendent les rapports Aire/Apothème^2 et Périmètre/2*Apothème. Ecrire deux expressions reliant Π et ces deux rapports. En déduire les formules de géométrie permettant de calculer l'aire et la circonférence du cercle.

6. UN PEU D'HISTOIRE

Voici un poème écrit à une époque où calculer les décimales du nombre Π représentait un problème d'actualité:

Que j'aime à faire apprendre un nombre utile aux sages !
Glorieux Archimède, artiste ingénieux,
Toi de qui Syracuse aime encore la gloire,
Soit ton nom conservé par de savants grimoires !
Jadis mystérieux un problème bloquait
Tout l'admirable procédé, l'œuvre grandiose
Que Pythagore découvrit aux anciens Grecs.
O Quadrature ! Vieux tourment du philosophe !
Insoluble rondeur, trop longtemps vous avez
Défié Pythagore et ses imitateurs.
Comment intégrer l'espace plan circulaire ?
Former un triangle auquel il équivaudra ?
Nouvelle invention : Archimède inscrira
Dedans un hexagone ; appréciera son aire
Fonction du rayon. Pas trop ne s'y tiendra :
Dédoublera chaque élément antérieur ;
Toujours de l'orbe calculée approchera ;
Définira limite ; enfin, l'arc, le limiteur
De cet inquiétant cercle, ennemi trop rebelle !
Professeur, enseignez son problème avec zèle !...

a) essayer de découvrir un lien entre ce poème et le nombre Π. Expliquer ce qu'on a découvert.

b) ce poème décrit en termes poétiques la démarche suivie par Archimède pour obtenir les mesures du cercle. Quelles différences y voyez-vous avec la démarche que nous avons utilisée?

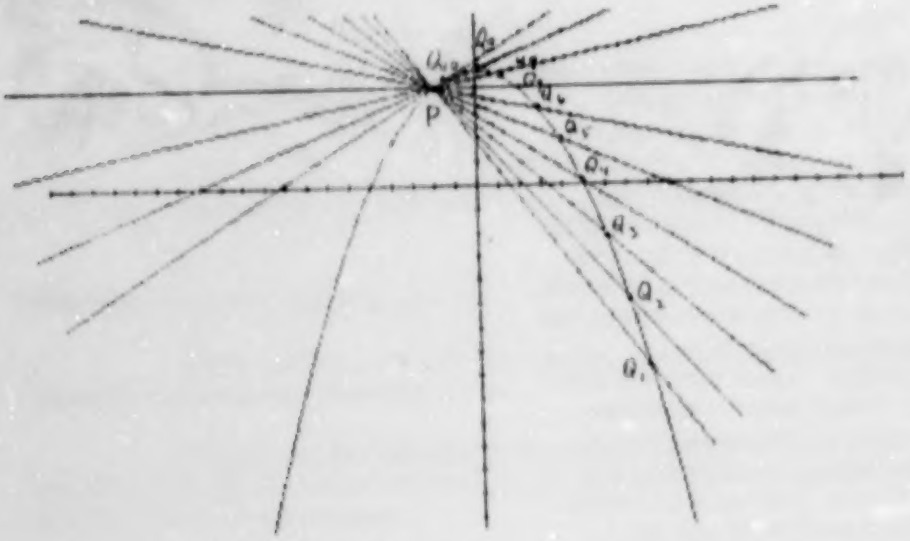
c) en suivant cette démarche, Archimède arriva à situer le rapport C/2R entre les nombres 3 10/71 et 3 1/7. Comment croyez-vous qu'Archimède ait procédé pour obtenir deux nombres plutôt qu'un seul? Ce résultat obtenu par Archimède était-il exact? Le nombre que vous avez obtenu se situe-t-il entre ces deux bornes?

TROISIEME TRAVAIL

PLAN : **1° Ecriture et utilisation d'un logiciel de traitement à la fois graphique et algébrique des taux de variation moyen et instantané.**
2° Ecriture et utilisation d'un logiciel-guide pour la dérivation des fonctions algébriques.

1° Traitement des taux de variation.

BUT : **Tracer une figure semblable à celle de la page 91 dans le livre et calculer les pentes des droites ainsi tracées.**



Si nous analysons les éléments de la figure nous constatons qu'il y a :
a) un système d'axes gradués,
b) une courbe,
c) plusieurs sécantes à cette courbe passant toutes par un point P fixe et par un point Q variable.

Nous nous servirons donc de la procédure AXES, qui trace un système d'axes gradués ; de la procédure qui trace la droite passant par deux points donnés par leurs coordonnées (x_1, y_1) et (x_2, y_2) et d'une procédure pour tracer la courbe.

Ramenez du fichier où elles se trouvent les procédures qui vont vous servir et sauvez-les sous le nom de FICHIER.4

CONSTRUCTION DES PROCEDURES COURBE ET TCOURBE

Ces procédures, comme leur nom l'indique, tracent la courbe de la fonction f sur l'intervalle de x_1 à x_2.

Comme elles remplissent la même fonction que les procédures LIN et TLIN (ou QUA et TQUA) elles seront probablement construites sur le même principe. La différence sera toutefois importante puisque ces procédures doivent tracer non pas seulement des droites ou des paraboles mais bien n'importe quelle courbe.

Pour que ceci soit réalisable il faut que la formule qui définit f(x) soit une des variables d'entrée des procédures COURBE-TCOURBE, les autres entrées servant à définir l'intervalle sur lequel on trace la courbe.

ALLEZ RELIRE ATTENTIVEMENT
1° LIN et TLIN
2° VALEUR p.62 et l'exercice n°9 p.73
CE N'EST QU'APRES LES AVOIR BIEN COMPRISES QUE VOUS SEREZ PRETS A TRAVAILLER SUR COURBE ET TCOURBE

Maintenant que COURBE et TCOURBE marchent mettez-les dans le fichier.4.

CONSTRUCTION DE LA PROCEDURE SECANTE :

Cette procédure, comme son nom l'indique, trace la droite sécante à la courbe d'équation f(x) aux points d'abscisse x et x+h.

Pour que ceci soit réalisable il faut que la formule qui définit f(x) soit une des variables d'entrée de la procédure SECANTE, les autres entrées étant x, l'abscisse du point fixe ; et h, l'accroissement de la variable.

ALLEZ RELIRE ATTENTIVEMENT
1° La procédure que vous avez écrite au n°12 p.76,
2° La procédure VALEUR p.62.
QUAND VOUS LES AUREZ BIEN COMPRISES VOUS SEREZ PRETS A TRAVAILLER SUR SECANTE

Maintenant que la procédure SECANTE marche mettez-la avec les autres dans le fichier.4.

Vous allez maintenant modifier la procédure sécante pour qu'elle trace non seulement la sécante passant par les points (x,f(x)) et (x+h,f(x+h)) mais aussi les sécantes obtenues en faisant tendre h vers 0 de façon régulière, par sauts de 10 par exemple.

Envoyez la procédure SECANTE ainsi obtenue dans le fichier.4.

Ajout de la partie algébrique du traitement.

Modifiez (encore une fois) votre procédure SECANTE pour que, juste avant (ou juste après) avoir tracé chaque sécante, elle profite des coordonnées des deux points pour calculer la pente de la sécante et l'afficher. Vous pouvez bien sûr utiliser la procédure PENTE que vous aviez écrite dans fichier 3. L'important quand vous réutilisez des procédures est de bien vérifier la nature des entrées et celle des sorties. N'oubliez pas de conserver cette nouvelle version de SECANTE,et d'y joindre éventuellement la procédure PENTE.

Améliorations possibles.

Pensez à des améliorations possibles de cet ensemble de procédures. Réalisez celles qui vous parraissent les plus intéressantes, celles qui améliorent le plus votre système pour une somme de travail raisonnable.

Documentation de votre fichier.4.

Mettez par écrit un mode d'emploi de votre fichier.4. Vous devez donner la liste des procédures, pour chaque procédure vous indiquez la nature des variables d'entrée et de sortie ainsi que leur signification. Vous expliquez aussi les liens entre les procédures : celle-ci appelle celle-là pour faire tel ouvrage, quand cet ouvrage est fait le contrôle est rendu à telle procédure qui fait telle chose... Quand cette documentation est écrite vous devriez être experts à utiliser ces procédures. Résolvez les exercices p.94 n°4.3, p.95 n°1, 2,3, p.100 n°1,2,3 du livre en vous servant de votre logiciel. Remettez-moi ce travail jeudi 28 février.

2° Dérivation.

BUT : Programmer une procédure-guide de travail pour dériver toute fonction algébrique.

En analysant le travail que nous faisons quand nous dérivons une fonction algébrique nous constatons que :

1. Si la fonction est constante ou si c'est la fonction identité nous la dérivons directement;

2. Si on peut séparer la formule en deux termes reliés par une opération (+, -, * etc...) alors nous identifions d'abord l'opération et ensuite les termes de l'opération, nous allons ensuite chercher la bonne formule, nous calculons les éléments dont nous avons besoin dans cette formule et ensuite nous l'appliquons. Le calcul des éléments dont nous aurions besoin est lui même un calcul de dérivée.

Les calculs considérés dans leur ensemble sont complexes, mais le principe est simple, pour pouvoir le saisir comme il le faut nous vous demandons de le décrire sur papier en détail, un peu comme c'est commencé plus haut mais en plus détaillé.

L'étape suivante sera de faire un découpage du procédé avec comme principe :

UNE TACHE, UNE PROCEDURE

et de ne pas oublier de décrire aussi en détail les appels d'une procédure à une autre.

La tâche qui consiste à reconnaître si une fonction est une somme de deux termes ou un produit est d'un niveau de difficulté tel que nous ne demanderons pas à notre procédure de le faire, elle se contentera de faire appel pour cette partie du travail à un expert (l'utilisateur du logiciel) et de continuer le travail à partir des renseignements fournis par cet utilisateur.(1)

Vous n'avez pas besoin de l'ordinateur pour toute la partie de conception et d'organisation de votre logiciel. N'hésitez pas à fractionner le travail. Pour des questions d'organisation de votre travail vous pouvez toujours vous inspirer du guide de dérivation présenté en classe.

Ne passez à la programmation que lorsque votre plan sera parfaitement au point.

Cette procédure et celles qu'elle appelle constituent le fichier.5

Documentation de votre fichier.5

Rédiger un mode d'emploi de votre fichier.5. Donner la liste des procédures, pour chaque procédure indiquer la nature des variables d'entrée et de sortie ainsi que leur signification. Expliquer aussi les liens entre les procédures : celle-ci appelle celle-là pour faire tel ouvrage, quand cet ouvrage est fait le contrôle est rendu à telle procédure qui fait telle chose...

Quand cette documentation sera écrite vous devriez être experts à utiliser ces procédures. Vérifiez les exercices du livre en vous servant de votre logiciel. Faites les problèmes supplémentaires p. 128 avec votre logiciel (utilisez alors l'imprimante) et remettez-moi ce travail mardi 26 mars.

Bon travail !

(1) En logo l'attente et l'utilisation d'une réaction de l'utilisateur à l'intérieur d'une procédure est rendue possible grâce à la primitive LISLISTE (abr. LL) dont la syntaxe vous sera expliquée en classe.

QUATRIEME TRAVAIL

OBJECTIFS D'APPRENTISSAGE

1. Explorer la notion de dérivée.
2. Utiliser les graphes de f, f', f'' pour étudier la croissance, les extremums, la concavité et les points d'inflexion de f.
3. Utiliser les approximations numériques pour déterminer ces mêmes caractéristiques de f.
4. Utiliser le calcul algébrique pour calculer ces mêmes éléments.
5. Comparer les différentes méthodes utilisées pour étudier les variations de f.

PROCEDURES A ECRIRE

1. Ecrire une procédure permettant de trouver et de conserver les dérivées première et seconde d'une fonction algébrique. Sauver cette procédure dans le fichier F4.1.

2. Ecrire une ou des procédures permettant de tracer sur un même système d'axes gradués, les graphes de f, f' et f''. Sauver ces procédures dans le fichier F4.2.

3. Ecrire une ou des procédures permettant d'afficher dans un tableau les valeurs de x, f(x), f'(x) et f''(x), pour des valeurs de x appartenant à un intervalle [x1, x2]. Sauver ces procédures dans le fichier F4.3.

PROBLEME A RESOUDRE

Soit $f(x) = 0{,}001(x^3 - 30x^2 - 2800x)$.

a) Trouver f' et f'' à l'aide des procédures de F4.1.

b) Tracer sur un même système d'axes, les graphes de f, f' et f'', sur un intervalle approprié.

c) A l'aide des graphes précédents, estimer:
- les intervalles de croissance et de décroissance de f.
- les extremums de f.
- les points d'intersection de f avec l'axe des x.
- les intervalles sur lesquels le graphe de f est concave vers le haut, et ceux sur lesquels il est concave vers le bas.
- les points d'inflexion de f.

d) Utiliser les procédures de F4.3 pour déterminer avec le plus de précision possible les réponses à la question c).

e) Utiliser les expressions algébriques de f, f' et f'' pour calculer exactement les réponses à la question c).

f) Comparer les méthodes utilisées en c), d) et et e) pour étudier les variations de f, au point de vue de leur efficacité, de leur rapidité, de leur précision, etc.

PROBLEME

ENONCE

Une flotte de bateaux doit partir à la pêche au hareng. D'après l'expérience des années passées, quand la flotte compte 50 bateaux, chaque bateau rapporte en moyenne 5000 kg de poisson. Mais si la flotte compte plus de 50 bateaux, alors pour chaque bateau additionnel, la quantité rapportée par un bateau diminue en moyenne de 50 kg.

QUESTIONS

1. Combien de bateaux faudrait-il envoyer à la pêche pour que la capture de poisson soit la plus élevée possible?

2. Quelle serait alors la capture totale?

3. Vérifier d'une façon qui vous paraît appropriée, l'exactitude des résultats obtenus à la question 1.

4. Combien de kg de poisson chaque bateau rapporterait-il alors en moyenne?

5. Tous les bateaux raporteraient-ils exactement la quantité calculée à la question 4?

6. Est-on absolument sûr que les résultats de la pêche coïncideront avec les résultats calculés aux questions 1 et 2?

7. D'après vous, cet énoncé décrit-il exactement le problème qu'une compagnie possédant une flotte de bateaux doit résoudre au début d'une saison de pêche? Enumérer d'autres facteurs qui dans la pratique devraient être considérés avant de décider du nombre de bateaux à envoyer à la pêche.

8. Comment faudrait-il s'y prendre alors pour déterminer le nombre de bateaux permettant la capture de poisson la plus élevée?

9. Pour illustrer votre réponse à la question 9, ajoutons une hypothèse à l'énoncé du problème. Supposons que pour chaque bateau additionnel à la flotte de 50 bateaux, le coût de la main d'œuvre sera équivalent à 500 kg de poisson, et la dépense en carburant équivalente à 55 kg de poisson. Combien de bateaux devrait-on alors envoyer à la pêche pour que la capture soit la plus élevée possible, et quelle serait la capture?

10. Que représente la fonction à optimiser dans ce problème?

11. Que représente la variable?

12. La fonction à maximiser aurait-elle pu représenter autre chose? Quoi, par exemple?

13. Dans la pratique, maximiser la capture de la pêche équivaut-il automatiquement à maximiser les revenus bruts? les revenus nets? Pourquoi?

CINQUIEME TRAVAIL

Vous disposez déjà d'un certain nombre de procédures qui font un traitement graphique des fonctions . Il serait utile que vous ayez ces procédures présentes à l'esprit (leur nom , la tâche qu'elles effectuent et leur mode d'emploi).

Vous allez par ce travail écrire de nouvelles procédures de traitement graphique des fonctions qui travailleront dans le même esprit que les précédentes . Vous allez probablement utiliser des procédures déjà existantes , soit telles quelles , comme celle qui trace des axes cartésiens , soit comme sous procédure à l'intérieur d'une autre procédure comme VALEUR .

Problème

Vous connaissez une fonction f par son équation et un intervalle par ses extrémités x1 et x2 , et vous voulez construire à partir de ces données une nouvelle fonction g qui ait comme caractéristique :

g(x1) = 0
g(x1 + 1) = f(x1)
g(x1 + 2) = f(x1) + f(x1 + 1)
g(x1 + 3) = f(x1) + f(x1 + 1) + f(x1 + 2)
g(x1 + 4) = f(x1) + f(x1 + 1) + f(x1 + 2) + f(x1 + 3)
g(x1 + 5) = f(x1) + f(x1 + 1) + f(x1 + 2) + f(x1 + 3) + f(x1 + 4)
g(x1 + 6) = f(x1) + f(x1 + 1) + f(x1 + 2) + f(x1 + 3) + f(x1 + 4) + f(x1 + 5)
.....

Première question

Formalisation : Exprimer g(x + 1) en fonction de f(x) et de g(x) pour toute valeur de x

Deuxième question

Programmation : Ecrire deux procédures : MYSTERE et COMPAGNIE , liées de la même façon que le sont TCOURBE et COURBE : MYSTERE enclanchera le processus de tracé du graphe de g à partir du point d'abcisse x1 et COMPAGNIE assurera le tracé du graphe de façon récursive jusqu'au point d'abscisse x2.

Troisième question

Exploration : Vous avez réussi à tracer le graphe de g mais vous ne connaissez pas l'équation algébrique de cette fonction g . Vous allez explorer le sens , la signification de la fonction g . Pour cela vous allez prendre plusieurs catégories de fonctions f et tracer les fonctions g qui leur correspondent . Reproduisez les graphes de f et de g , ensuite vous décrirez les caractéristiques de f et de g , enfin vous formulerez une hypothèse sur le lien qui unit f et g .

1er cas: la fonction f est définie par $f_1(x) = 1.5$, $f_2(x) = -1.5$, $f_3(x) = 1$, $f_4(x) = -1$.

Graphes :

Hypothèse géométrique

A chaque fois que le graphe de f est
alors le graphe de g est

Hypothèse algébrique
A chaque fois que l'équation de f est
alors l'équation de g est

2ème cas: la fonction f est définie par $f_1(x) = 0.15 * x$, $f_2(x) = -0.15 * x$,
$f_3(x) = 0.1 * x$, $f_4(x) = -0.1 * x$
Graphes:

Hypothèse géométrique
A chaque fois que le graphe de f est
alors le graphe de g est

Hypothèse algébrique
A chaque fois que l'équation de f est
alors l'équation de g est

3ème cas : la fonction f est définie par $f_1(x) = 0.015 * x^2$,
$f_2(x) = -0.015 * x^2$, $f_3(x) = 0.01 * x^2$, $f_4(x) = -0.01 * x^2$.
Graphes:

Hypothèse géométrique
A chaque fois que le graphe de f est
alors le graphe de g est

Hypothèse algébrique
A chaque fois que l'équation de f est
alors l'équation de g est

4ème cas : des fonctions de votre choix

Graphes:

Hypothèse géométrique
A chaque fois que le graphe de f est
alors le graphe de g est

Hypothèse algébrique
A chaque fois que l'équation de f est
alors l'équation de g est

Hypothèse de lien entre f et g :

Bon travail !

APPENDICE C

EXPERIMENTATION

Résultats au test diagnostique et au cours 102

Groupe expérimental

Sujets	test diag. sur 40	Cours 102	sur 100
1	31	abandon	
2	18	non suivi	
3	20	non suivi	
4	25	echec	50
5	31	echec	44
6	16	abandon	
7	29		61
8	17	abandon	
9	26	non suivi	
10	30	équivalence	60
11	23	non suivi	
12	30		75
13	28		84
14	29	abandon	
15	21	abandon	
16	27	echec	50
17	21	non suivi	
18	23	echec	24
19	24	abandon	
20	23	non suivi	
21	21		81
22	32		64
23	15	abandon	
24		équivalence	88
25	28		60

Groupe contrôle

sujets	test diag. sur 40	Cours 102	sur 100
1	35	non suivi	
2	29		80
3	28		71
4	26		63
5	21	non suivi	
6	29		62
7	23		94
8	25	non suivi	
9	12	abandon	
10	33		73
11	23	non suivi	
12	17		66
13	28		85
14	23	echec	53
15	25		61
16	26		64
17	23	echec	47
18	30		62
19	18		60
20	19		60
21	19	non suivi	
22	22		80
23	29	echec	51
24	19		73
25	28		60
26	14	non suivi	
27	22	echec	50
28	21	echec	53
29	29		91
30	24		78
31	34		95

MAT 103
HIVER 85
MARIE-JANE HAGUEL
GROUPE 4110
NOM DE L'ETUDIANT(E) : _____

PREMIER EXAMEN

_____
90

Aucun document ni aucun prêt de matériel entre étudiants n'est autorisé.

Première question (20 points)

a) Dans l'équation $y = ax + b$ quel est le rôle de a ?

b) Comment interprétez-vous géométriquement le fait que a soit positif ?

c) même question pour a négatif.

d) même question pour a nul.

e) Existe-t-il des droites dont l'équation ne peut pas se mettre sous la forme $y = ax + b$? Expliquez.

Deuxième question (5 points)

Calculer la pente de la droite passant par les points (2,5) et (8,3).

Troisième question (10 points)

Quel est le domaine de la fonction définie par $f(x) = \dfrac{1}{2x + 1}$?

Quatrième question (15 points)

a) Calculer les racines de l'équation quadratique $5x^2 - 2x - 1 = 0$.

b) La parabole d'équation $y = 5x^2 - 2x - 1$ coupe-t-elle l'axe des x? si oui où et si non pourquoi?

Cinquième question (5 points)

Ecrire en français, dans vos propres termes, sans symboles mathématiques du genre | | ou <
la définition de l'expression "8 est la limite de la fonction f(x) quand x est voisin de 25".

Sixième question (15 points)

A l'aide des règles de calcul des limites, calculer la limite suivante :

$$\lim_{x \to 4} \frac{(x^2-2)(3x)}{\sqrt{x}}$$

Septième question (10 points)

Calculer la limite suivante : $\lim_{x \to 4} \frac{x^2 - 16}{x - 4}$

Huitième question (10 points)

Calculer la limite suivante : $\lim_{x \to 3} \frac{10}{x - 3}$

MAT 103
HIVER 85
MARIE-JANE HAGUEL
GROUPE 4110
NOM DE L'ETUDIANT(E) : _____

DEUXIEME EXAMEN

____
100

Aucun document ni aucun prêt de matériel entre étudiants n'est autorisé.

Première question (25 points)

Cette question sera traitée avec vos logiciels.

Deuxième question (20 points)

Considérons la courbe d'équation $y = 4x^3 - 9x^2 + 6x$.

a) Etablir l'équation de la tangente à cette courbe au point (2 , 8).

b) En quels points cette courbe admet-elle une tangente horizontale ?

Troisième question (15 points)

En justifiant toutes les étapes du calcul à l'aide des règles de dérivation, calculer la dérivée de la fonction f(x). Il n'est pas demandé de simplifier f'(x).

$$f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 4}}{x^2 - 4}$$

Quatrième question (40 points)

Sans justifier vos calculs, mais en les présentant tous, calculer les dérivées des fonctions suivantes et simplifier ces dérivées.

1. $f(x) = \sqrt{(x-1)}(7-x)^3$

2. $f(x) = \dfrac{1+x}{1+x^2}$

3. $f(x) = x \cdot \ln x + x$

4. $f(x) = x^3 \cdot 3^x$

5. $y = e^{-x^2}$

6. $f(x) = \sin^2(2x + \pi/2)$

DEUXIEME EXAMEN

VERSION 1

Première question (25 points)
(Ce problème doit être solutionné à l'aide de vos logiciels.)

Soit $f(x) = .01x^3 - .4x^2$

a) (5 pts)
Après avoir choisi un intervalle approprié, représenter graphiquement f(x) sur un système d'axes cartésiens.

b) (3 pts)
En consultant le graphe de f, pouvez-vous indiquer un point du graphe où la dérivée de f est: positive? négative? nulle?

c) (5 pts)
Sur le même graphe, représenter la sécante à f aux points (-15, f(-15)) et (5,f(5)), et calculer sa pente.

d) (4 pts)
Estimer la pente de la tangente au point (-15,f(-15)).

e) (4 pts)
Déterminer f'(x).

f) (4 pts)
Evaluer f'(x) à x = 20.

VERSION 2

Première question (25 points)
(Ce problème doit être solutionné à l'aide de vos logiciels.)

Soit $f(x) = .0005x^3 - 3.125x$

a) (5 pts)
Après avoir choisi un intervalle approprié, représenter graphiquement f(x) sur un système d'axes cartésiens.

b) (3 pts)
En consultant le graphe de f, pouvez-vous indiquer un point du graphe où la dérivée de f est: positive? négative? nulle?

c) (5 pts)
Sur le même graphe, représenter la sécante à f aux points (0, f(0)) et (40,f(40)), et calculer sa pente.

d) (4 pts)
Estimer la pente de la tangente au point (0,f(0)).

e) (4 pts)
Déterminer f'(x).

f) (4 pts)
Evaluer f'(x) à x = -20.

VERSION 3

Première question (25 points)
(Ce problème doit être solutionné à l'aide de vos logiciels.)

Soit $f(x) = .009x^3 - .144x^2 - 6.48x$

a) (5 pts)
Après avoir choisi un intervalle approprié, représenter graphiquement f(x) sur un système d'axes cartésiens.

b) (3 pts)
En consultant le graphe de f, pouvez-vous indiquer un point du graphe où la dérivée de f est: positive? négative? nulle?

c) (5 pts)
Sur le même graphe, représenter la sécante à f aux points (-15, f(-15)) et (-2,f(-2)), et calculer sa pente.

d) (4 pts)
Estimer la pente de la tangente au point (-15,f(-15)).

e) (4 pts)
Déterminer f'(x).

f) (4 pts)
Evaluer f'(x) à x = 5.

VERSION 4

Première question (25 points)
(Ce problème doit être solutionné à l'aide de vos logiciels)

Soit $f(x) = .002x^3 - .024x^2 - 2.24x$

a) (5 pts)
Après avoir choisi un intervalle approprié, représenter graphiquement $f(x)$ sur un système d'axes cartésiens.

b) (3 pts)
En consultant le graphe de f, pouvez-vous indiquer un point du graphe où la dérivée de f est: positive? négative? nulle?

c) (5 pts)
Sur le même graphe, représenter la sécante à f aux points $(10, f(10))$ et $(40, f(40))$, et calculer sa pente.

d) (4 pts)
Estimer la pente de la tangente au point $(10, f(10))$.

e) (4 pts)
Déterminer $f'(x)$.

f) (4 pts)
Evaluer $f'(x)$ à $x = -30$.

MAT 103

HIVER 85

MARIE-JANE HAGUEL

GROUPES 4110 ET 4108

NOM DE L'ETUDIANT(E) :_____

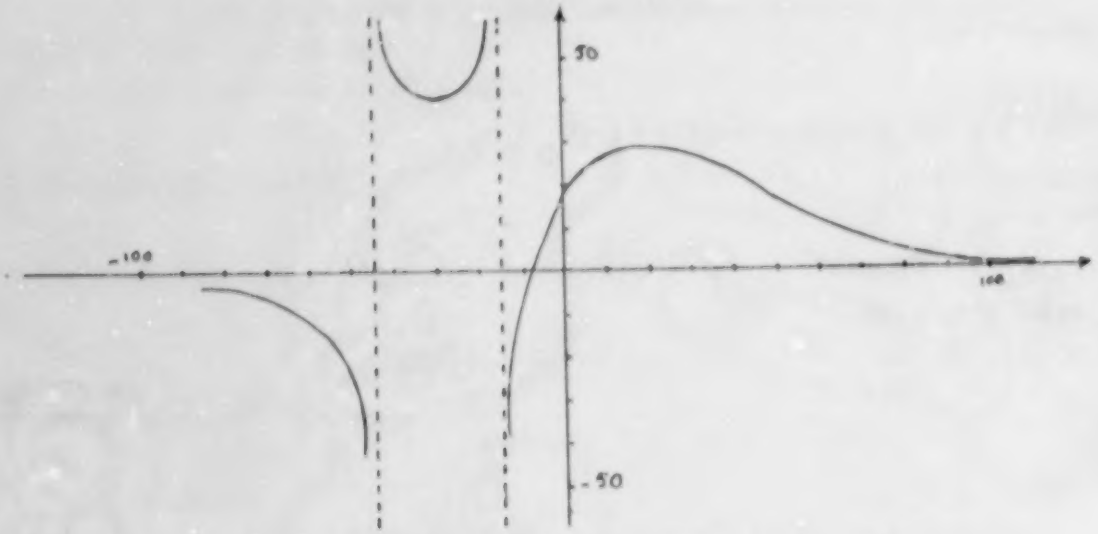
TROISIEME EXAMEN

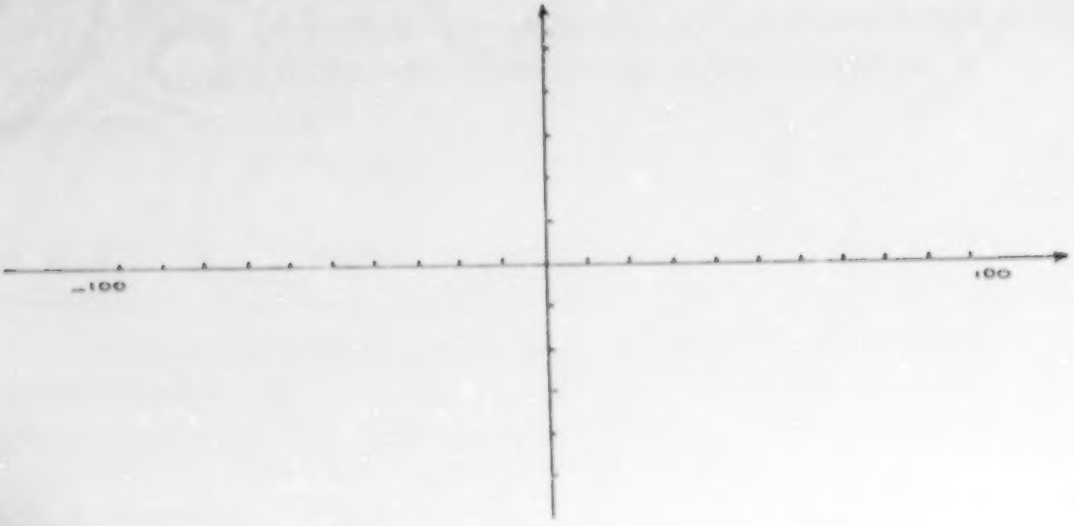
____
100

Aucun document ni aucun prêt de matériel entre étudiants n'est autorisé.

Première question (20 points)

a)A partir du graphe de la fonction f présenté ici, tracer un graphe approximatif de la fonction f ' sur le système d'axes plus bas.





Toujours avec la même fonction f répondre aux questions suivantes :

b) Pour quelles valeurs de x la fonction f est-elle croissante ?

c)Pour quelles valeurs de x la dérivée de f est-elle négative?

d) Pour quelles valeurs de x la pente de la fonction f est-elle croissante ?

e)Donner une valeur de x pour laquelle la fonction f admet un maximum. Est-ce un maximum absolu?

f)Combien la fonction f admet-elle d'asymptotes?

g)Quelle est la limite de f(x) pour x voisin de -15^+ ?

h)Quelle est la limite de f(x) pour x voisin de $+\infty$?

Deuxième question (30 points)

Faire l'étude complète du graphe de la fonction définie par

$f(x) = 2x^2 . e^x$ dont les dérivées sont :

$f'(x) = 2x.(2+x). e^x$ et $f''(x) = (2x^2 + 8x + 4). e^x$.

Troisième question (20 points)

Etablir les équations des tangentes à la courbe d'équation $y = x^4 - 4x^3 + 12$ en ses points d'inflexion

.

Quatrième question (30 points)

a) (20 points)

Une personne possède 30 logements qu'elle a l'intention de louer 200$ par mois. Cependant elle pense à augmenter le prix des loyers de manière à avoir le plus gros revenu possible.
Le gérant d'immeubles lui affirme que pour chaque augmentation de 10$ elle perdra un locataire, et louera donc un logement de moins. A combien doit-elle fixer le prix des loyers? Combien de logements seront alors inhabités?

b) (10 points)

Si cette personne prend maintenant les dépenses en compte (entretien, taxes foncières, chauffage etc...), elle constate qu'il lui en coûte 10$ par mois pour un logement inhabité et 30$ par mois pour un logement habité. Supposons qu'elle veuille non plus un revenu maximum mais bien un bénéfice maximum, à combien doit-elle fixer le prix des loyers et combien aura-t-elle alors de logements vacants?

MAT 103

HIVER 85 EXAMEN FINAL ____

100

MARIE-JANE HAGUEL

GROUPES 4110 ET 4108

NOM DE L'ETUDIANT(E) : _____

Aucun document ni aucun prêt de matériel entre étudiants n'est autorisé.

Première question (15 points)

a)Définir dans vos propres termes et illustrer par un exemple les termes primitive et intégrale indéfinie.

Deuxième question (10 points)

Trouver l'équation de la fonction g dont le graphe passe par le point (4,1) sachant que $g''(t) = 1/2 + 1/\sqrt{t}$ et que $g'(4) = 7$.

Troisième question (25 points)

Calculer les intégrales suivantes :

a) $\int (4x^3 - 3x^2 + 2x + 1)\, dx$

b) $\int \frac{(1 - x^2)}{x^2}\, dx$

c) $\int \frac{2x}{1 + x^2}\, dx$

d) $\int x \cdot e^{-x/2}\, dx$

e) $\int \sin(3t - \pi/4)\, dt$

Quatrième question (20 points)

Pour chaque exercice, tracer un graphe approximatif de la région décrite et en calculer l'aire.

a) La région limitée par la courbe d'équation $f(x) = -x^2 + x + 2$, l'axe des x et les verticales d'abscisse -2 et 3.

b) La région comprise entre les courbes d'équation $f(x) = x^2$ et $g(x) = \sqrt{x}$.

Cinquième question (30 points)

Une compagnie publie des livres. Les analystes de la compagnie ont déterminé que le coût marginal pour la production du x - ième exemplaire d'un livre est de $\sqrt[3]{x} - 5$ \$.

a) Calculer le coût total pour produire x exemplaires de ce livre, sachant que les coûts fixes (engagés par la compagnie avant de commencer la production) sont de 1500\$.

b)Passons maintenant à la vente. Le livre se vend 5\$ l'exemplaire, quel profit la compagnie réalise-t-elle quand elle en produit x exemplaires et qu'elle les vend?

c)Quel serait le tirage optimal, c'est à dire le nombre d'exemplaires qui assurerait un profit maximum?

Evaluation ins'itutionnelle pour le groupe expérimental

	1er examen sur 20 pts	2ème examen sur 20 pts	3ème examen sur 20 pts	4ème examen sur 20 pts	travaux sur 20 pts	note finale sur 100 pts	Mention
1	14.22	13.96	8.512	11.1	16.38	64.17	S
2	16	16	9.904	13.96	17	72.86	S
3	17.33	10.4	0				Ab
4	14	7.7	5.272	6.1	10.38	43.45	E
5	16.89	13.66	9.2	11.7	14.13	65.57	S
6	7.111	8.74	5.696		6.875		Ab
7	15.11	8.76	8.56	11.15	13	56.58	S*
8	10.22	8.9	7.424	9.3	5.375	41.22	E
9	12.89	13.56	9.576	9.7	7.875	53.6	E
10	17.78	18.8	12.42	13.1	18.38	80.47	S
11	10.67	13.16	8.552	13.3	11.5	57.18	S*
12	15.78	14.9	17.02	14.85	14.75	77.3	S
13	18.22	16.2	18.63	18.4	18.13	89.58	S
14	9.778	14.22	12.62	14.95	15.13	66.69	S
15	3.333					3.333	Ab
16	13.11	11.4	10.42	8.8	15.88	59.61	S*
17	17.78	18.5	17.63	18.6	19.63	92.13	S
18	12.67	5.9	6.584	5.3	13	43.45	E
19	11.11	3.2					Ab
20	10.44	5.1	4.784	5.2	7.875	33.4	E
21	14.44	11.4	11.76	7.7	16.5	61.8	S
22	13.11	10.1	14.51	14.1	15.88	67.7	S
23	0	3.1	0				Ab
24	13.33	13.7	17.68	18	17.5	80.21	S
25	15.11	10.3	6.96	11.3	11.5	55.17	S*

*un devoir donné à tous les étudiants et noté sur 5 points permit d'accorder la mention Succès à ces étudiants.

Evaluation institutionnelle pour le groupe contrôle

	1er examen sur 20 pts	2ème examen sur 30 pts	3ème examen sur 30 pts	4ème examen sur 20 pts	Note finale sur 100 pts	Mention
1	17	26.55	29.4	19.4	92.35	S
2	17.2	23.4	22.31	17.3	80.21	S
3	18	17.1	24	13.45	72.55	S
4	15.6	20.7	15.93	10	62.23	S
5	15.2	18.75	8.22	11	53.17	E
6	15.8	16.95	21.47	12.9	67.12	S
7	17	24.75	23.69	15	80.44	S
8	17	21.9	27.3	18.8	85	S
9	9	5.7				Ab
10	18.6	19.35	23.25	14.8	76	S
11	18.4	25.95	21.09	12.6	78.04	S
12	15.8					Ab
13	18.8	23.4	26.54	14.2	82.94	S
14	15.4	13.95	17.39	11.4	58.14	S*
15	13.8	19.35	13.22	10.5	56.87	S*
16	15.4	21.15	15.45	10	62	S
17	13	15.6	17.36	13.5	59.46	S*
18	18.6	19.2	29.24	14.4	81.44	S
19	8	19.2	18.27	14.3	59.77	S*
20	16	18.6	10.98	12.1	57.68	S*
21	15.8	24.45	23.96	16.4	80.61	S
22	16.6	22.05	16.25	14.45	69.35	S
23	14.8	14.25	10.25	5.6	44.9	E
24	18.2	26.25	16.71	18.4	79.56	S
25	18.8	19.2	19.23	17	74.23	S
26	16	17.1	16.58	15.2	64.88	S
27	15.4	13.95	12.42	6	47.77	E
28	15.8	11.4	15.27	10	52.47	E
29	18.4	25.35	23.22	16	82.97	S
30	17.2	22.5	25.2	18.2	83.1	S
31	18.8	27.45	24.18	19.8	90.23	S
32	12.89	7.38				Ab

*:un devoir donné à tous les étudiants et noté sur 5 points permit d'accorder la mention Succès à ces étudiants

n = 32

Comparaison des cheminements (groupes appariés)

Groupe expérimental					Groupe contrôle			
Sujets	Résultats cours 102	Résultats test diag.	103 tests communs	103 note finale	Sujets	Résultats cours 102	Résultats test diag.	103 tests communs
A	84	70	89,31	89,57	A'	85	70	82,94
B	81	52,5	56,63	61,68	B'	80	55	69,35
C	75	75	78,19	77,3	C'	73	82,5	76,2
D	60	75	77,61	80,86	D'	62	75	81,6
E	61	72,5	54,48	56,58	E'	62	72,5	67,12
F	60	70	54,59	55,17	F'	60	70	74,23
G	N.S.	52,5	90,64	92,13	G'	N.S.	57,5	78,04
H	N.S.	45	69,83	72,86	H'	N.S.	52,5	53,17
I	N.S.	57,5	57,65	57,62	I'	E	57,5	59,46
J	N.S.	57,5	31,90	33,39	J'	E	55	47,77
K	Ab.	72,5	61,95	66,68	K'	E	72,5	44,89
L	E	57,5	38,06	43,45	L'	E	52,5	52,47
M	N.S.	65	57,15	53,59	M'	61	62,5	56,97
N	E	62,5	41,34	43,44	N'	E	57,5	58,14
O	88		76,39	80,21	O'	91	72,5	82,97
P	E	67,5	54,66	59,60	P'	64	65	62,35
X =	72,71	63,5	62,02	64,00		70,89	64,37	65,48
	11,31	9,03	16,85	16,48		11,12	9,03	12,42

Observation du mode d'occupation du temps en classe

	Groupe expérimental						Groupe contrôle					
Observations	1	2	3	4	Tot.	%	1	2	3	4	Tot	%
Comportements												
Actifs												
Orientés ap.												
lit	2	9	10	5	26	2.63%	32	43	17	30	122	10.61%
écrit		18	12	68	98	9.90%	71	76	127	134	408	35.48%
parle					0	0.00%					0	0.00%
dem. aide prof.	32	11	7	6	56	5.66%	6	4	5	5	20	1.74%
dem. aide ét.	6	9	7		22	2.22%	18	13	6		37	3.22%
donne aide	6	20	10		36	3.64%	39	21	7		67	5.83%
discute prof.	10	6	5		21	2.12%	13	4	2		19	1.65%
discute ét.	40	40	27		107	10.81%	5	20	8		33	2.87%
ordinateur	208	87	31	45	371	37.47%					0	0.00%
calculatrice		2	1	18	21	2.12%	7	23	11	46	87	7.57%
verifie travail		5		24	29	2.93%	7	4	12	18	41	3.57%
réfléchit		10	5	18	33	3.33%			5	17	22	1.91%
						82.83%						74.43%
Non or., app.												
parle	2	2	2		6	0.61%	6	9	17		32	2.78%
s'installe		2	6	1	9	0.91%	6	5	5	3	19	1.65%
se déplace	2		1		3	0.30%	8	4			12	1.04%
rit						0.00%	1	2			3	0.26%
						1.82%						5.74%
Passifs												
Orienté app.												
écoute exp. gr.	5	4	29		38	3.84%		10	6		16	1.39%
regarde trav. ét.	6	20	8		34	3.43%	25	3	1	2	31	2.70%
reçoit aide pass.	6	12	1		19	1.92%	25	13	3		41	3.57%
attend aide	5	9	13		27	2.73%	4	4	2		10	0.87%
						11.92%						8.52%
non or., app.												
repos act. méc.		1	2		3	0.30%	19	14	11	10	54	4.70%
s'absente		3	23	5	31	3.13%	28	28	15	5	76	6.61%
						3.43%						11.30%
total	330	270	200	190	990	100.00%	320	300	260	270	1150	100.00%

Tableau 10. Histogrammes comparés janvier et mai 85 groupe expérimental

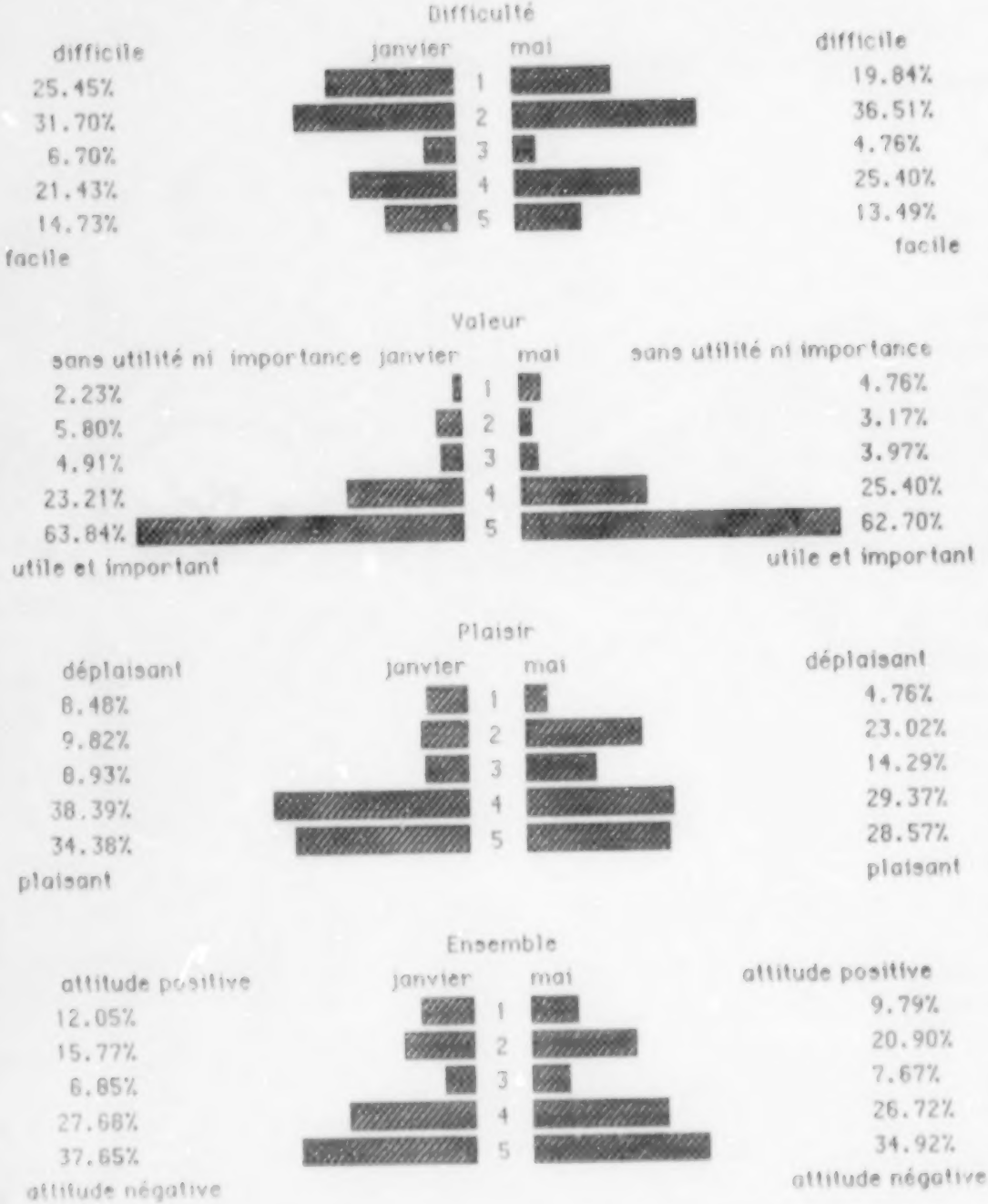
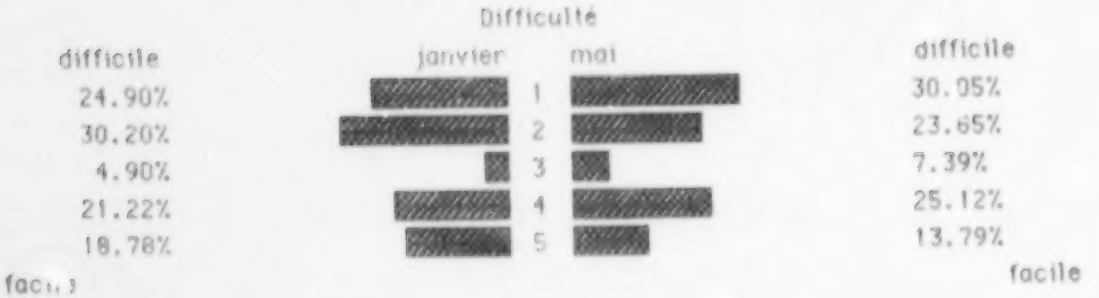
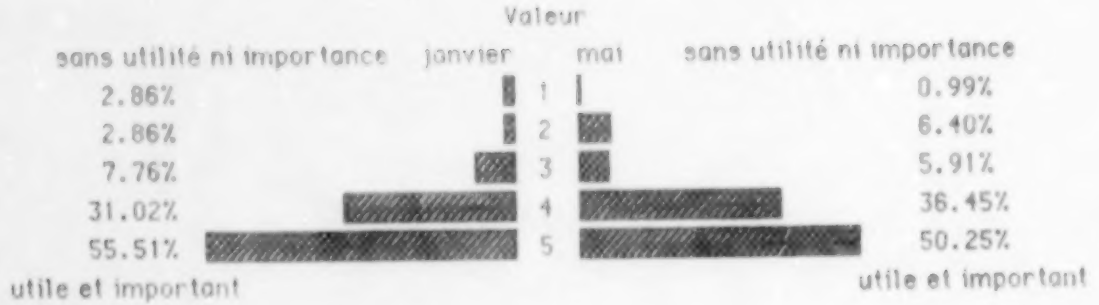
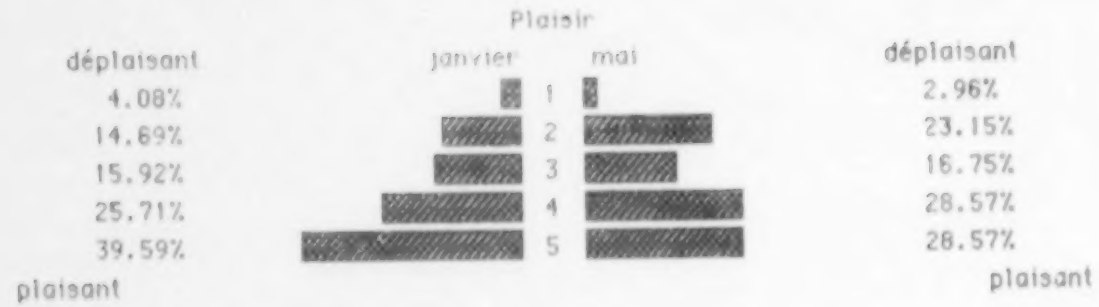
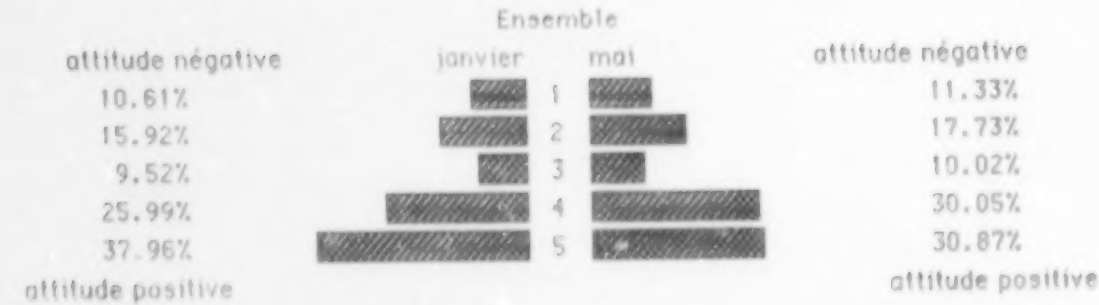


Tableau 11. Histogrammes comparés janvier et mai 85 groupe contrôle









REFERENCES

ABELSON, H. (1982). Le Logo sur Apple. Montréal: Ed. Ville-Marie.

ABELSON, H., DISESSA, A. (1981). Turtle Geometry. MIT Press.

ATCHISON, W. (1984). Computing and Mathematics. University of Maryland. NCTM.

AYRES, F. (1976). Théorie et applications du calcul différentiel et intégral. Série Schaum. Montréal: McGraw-Hill.

BRIGGS, L.J. (1977). Instructional Design. Englewood Cliffs: Educational Technology Pub.

BROWN, J.S. (1979). Fundamental Research in Technology in Science Education, in Technology in Science Education: the Next Ten Years. Washington. Deringer et Molnar, Ed.

BOURBION, M. (1985). L'alternative Logo. Paris: A. Colin-Bourrelier.

BURTON, J., MERRILL, P. (1977). Needs Assessment: Goals, Needs and Priorities, in Briggs, L.J.: Instructional Design (pp. 21-45). Englewood Cliffs: Educational Technology Pub.

CHARBONNEAU, A. et al. (1978). Etude du phénomène des échecs ou des abandons en mathématiques. Rapport de recherche. Collège de Sherbrooke.

CHARRON, G., PARENT, P. (1982). Mathématique 103. Montréal: HRW.

COLLETTE, J.-P. (1976). Attitudes des étudiants à l'égard des mathématiques. Rapport de recherche. Cégep Montmorency.

DESAUTELS, P. (1978). La pensée formelle. Rapport de recherche. Collège de Rosemont.

GAGNE, R.M. (1977). Analysis of Objectives, in Briggs, L.J.: Instructional Design (pp. 115-145). Englewood Cliffs: Educational Technology Pub.

HELMER, O. (1966). Social Technology. New York: Basic Books.

LEBLANC, BAILLARGEON, RAINVILLE (1977). Introduction au calcul différentiel et intégral. Trois-Rivières: SMG.

LEON, A. (1977). Manuel de psychopédagogie expérimentale. Paris: PUF.

LICKLIDER, J.C.R. (1979). Impact of Information Technology ou Education in Science and Technology, in Technology in Science Education: the Next Ten Years. Washington. Deringer et Molnar Ed.

MASTERSON, F. (1984). Langages for Students. Bytes, June 1984, (pp.233-238).

MATHECRIT (1978). Ateliers 103. Montréal

M.E.Q. (1983). Cahiers de l'enseignement collégial 83-86. Québec.

MEYNARD, F. (1979). Le développement des applications pédagogiques de l'ordinateur. Rapport de recherche. Québec, M.E.Q.

OUELLET, G. (1981). Calcul 1. Québec: Ed. du Griffon d'Argile Inc.

PAPERT, S. (1980). Mindstorms. New York: Basic Books.

RALSTON, A. YOUNG, G. (1983). The Future of College Mathematics. New York: Springer-Verlag.

RUBINSTEIN, M.F. (1975). Patterns of Problem Solving. Englewood Cliffs: Prentice-Hall Inc.

SIMON, A., BOYER, E. (1974). Mirrors for Behavior III, an Anthology of Observation Instruments. Communication Material Center, Wyncote, PA.

STROYAN, K. (1978). Computer Laboratory Manual for Calculus and Linear Algebra. University of Iowa: Conduit.

TELLIER, J. (1977). Développement intellectuel et apprentissage au niveau collégial. Rapport de recherche. Cégep de St-Jérôme.

THIBAULT-GIARD, J. (1985). Enseignement de la notion de limite par la programmation en Logo sur micro-ordinateur dans le cadre d'un cours de calcul différentiel au niveau collégial. Mémoire de maîtrise. Université de Sherbrooke.

TORKIA-LAGACE, M. (1981). La pensée formelle chez les étudiants de Collège 1: objectif ou réalité ? Rapport de recherche. Cégep de Limoilou.

TRAN, A., NORCENT, A. (1980). L'échec en mathématiques. Rapport de recherche. Cégep d'Alma.

WEIDENFELD, G., BRUILLARD, E., PEROLAT, Y. (1984). Aller plus loin en Logo. Paris: Eyrolles.

L'APPRENTISSAGE
DU CALCUL
DIFFERENTIEL & INTEGRAL

6748-0126